

# Caso básico de análisis de riesgo en inversiones

**Herberth Gutiérrez-Villaverde**

Universidad de Lima  
hguierr@ulima.edu.pe

## **Caso: Evaluación de Fondos de Inversiones para jubilación personal**

En este caso hipotético, se ilustra los cálculos para estimar la formación de un fondo de jubilación personal desde las perspectivas clásica y la perspectiva dinámica con simulación Montecarlo. Los parámetros utilizados como, las tasas de remuneración de las inversiones y los bonos del gobierno tienen valores arbitrarios y se toman solo para fines ilustrativos, pudiéndose estimar a partir de la Bolsa de Valores de Lima, el BCR y las AFPs.

Se hace una crítica al método clásico de análisis de sensibilidad en base a un número limitado de escenarios y con las variaciones de un parámetro a la vez y la imposibilidad de asociar probabilidades a estos resultados. Se muestra paso a paso, utilizando el programa @Risk, como hacer un análisis dinámico y la obtención de resultados asociados a probabilidades, para una mejor toma de decisiones.

## **Objetivos de aprendizaje**

- Comprender las limitaciones del análisis de sensibilidad clásico en base a parámetros o variables promedio.
- Comprender el problema de la toma de decisiones en base a promedios (The flaw of Averages) y sus consecuencias en las decisiones.
- Aprender a involucrar la incertidumbre en las variables en los modelos financieros.
- Comprender las ventajas de usar simulación Montecarlo para hacer análisis dinámicos de sensibilidad.
- Aprender a modelar en hojas electrónicas con @Risk.

## **Enunciado del caso**

Juan Pérez es una persona de 30 años recién llegada del extranjero, después de varios años de trabajar y estudiar en el Brasil. Sus ahorros logrados los ha invertido en adquirir una casa ya que piensa radicar en el Perú hasta su jubilación. Recientemente ha conseguido trabajo con una remuneración anual de

US\$ 24,000 y desea planificar su fondo de pensiones, para lo cual ha seleccionado una AFP. El ejecutivo de la AFP asignado a Juan Pérez le ha explicado que puede escoger el fondo de inversiones de su preferencia, entre los Fondos tipo I, II o III, para su cuenta individual, de acuerdo con sus preferencias sobre riesgo y rentabilidad, de acuerdo con la tabla 1.

**Tabla 1.**

*Composición de los Fondos de Inversión*

Tipo de Fondo	Inversiones en Acciones en Bolsa	Inversiones en Bonos del Gobierno
I	10%	90%
II	45%	55%
III	80%	20%

Es decir, si escoge el Fondo II por ejemplo, el 45% de su inversión será colocado en acciones de la BVL y el 55% en inversiones de bonos del gobierno. Esta proporción será mantenida hasta su jubilación.

Antes de decidirse, Juan ha efectuado su propia investigación sobre los rendimientos de las inversiones en bolsa y de los bonos del Gobierno y ha efectuado consultas a expertos, después de lo cual ha llegado a la siguiente conclusión:

- El rendimiento de las acciones en bolsa se aproxima a una distribución triangular con un mínimo de -40%, un valor más probable de 15% y un máximo de 80%.
- En el caso de los bonos del Gobierno, estima que existe igual probabilidad de que el rendimiento esté entre 5% y 10%.
- Los rendimientos de las acciones y del Gobierno del mismo tipo de fondo están correlacionados positivamente, con un valor de 0.8.

De otro lado, de acuerdo con su experiencia en trabajos anteriores y consultas con amigos, estima que su salario anual se incrementará en promedio a una tasa del 3% con una desviación estándar del 2%. Suponga que el aporte anual al fondo será del 8% de su salario promedio anual.

¿Qué Fondo de inversiones de menor riesgo le recomendaría escoger a Juan para tener una probabilidad del 90% de tener por lo menos un millón de dólares en su fondo individual a los 65 años? Sustente su recomendación.

### **Solución con el método clásico sin considerar la incertidumbre en los parámetros**

El primer paso para solucionar el caso es construir un modelo básico considerando valores promedio para las variables con incertidumbre, como es el caso del rendimiento de las acciones y los bonos del gobierno. Para esto se tiene la hoja JubilacionJPerezBase.xlsx con el modelo considerando los valores promedio para el rendimiento de las acciones en bolsa, calculado como el promedio de los tres valores proporcionados:

$$\text{Rendimiento promedio acciones} = (-40\% + 15\% + 80\%) / 3 = 18.3333\%$$

Similarmente, el rendimiento promedio de los bonos será:

$$\text{Rendimiento promedio de los bonos} = (5\% + 10\%) / 2 = 7.5\%$$

Se asumirá inicialmente que el crecimiento anual del salario de Juan es de 3% en US\$. Ahora se procede a describir la construcción del modelo básico del crecimiento de los aportes en cada uno de los fondos.

En la columna B16:B51 poner una serie sucesiva de valores desde 0 a 35, indicando la serie de años que se analizará hasta que José cumpla los 65 años. En la columna C16:C51 va la edad de José desde los 35 a los 65 años.

**Figura 1.**

*Modelo base para proyectar fondos de jubilación*

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P										
1	Modelo Base del Fondo de Jubilación Personal																								
2																									
3	Rendimiento de las Acciones				Edad actual, años						30	Inversiones ofrecidas por la AFP													
4	Triangular				Edad de jubilación normal, años						65														
5	Mínimo	Promedio	Máximo	Promedio								Acciones	Bonos Gob												
6	-40%	15%	80%	18.33%							Salario anual inicial, US\$	24000	Fondo I	10%	90%										
7																									
8	Rendimiento Bonos Gubernamentales				Crecimiento del salario																				
9	Uniforme				Normal						Media	3%			Fondo II			45%	55%						
10	Mínimo	Máximo	Promedio														Fondo II			80%	20%				
11	5%	10%	7.5%														Aportes anuales al fondo, US\$			8%			del salario anual		
12																									
13																									
14					Salario			Salario	Aporte al	Rendimientos		Fondo I		Fondo II		Fondo III									
15	Año	Edad	Inicial	Crec.	Final	Promedio	Fondo	Acciones	Bonos	Inicial	Acum.	Inicial	Acum.	Inicial	Acum.	Inicial	Acum.								
16	0	30	24,000	3.00%	24,720	24,360	1,949	18.33%	7.50%	1,949	2,116	1,949	2,190	1,949	2,264	1,949	2,264								
17	1	31	24,720	3.00%	25,462	25,091	2,007	18.33%	7.50%	4,123	4,477	4,197	4,717	4,271	4,962	4,271	4,962								
18	2	32	25,462	3.00%	26,225	25,844	2,067	18.33%	7.50%	6,545	7,106	6,784	7,624	7,029	8,165	7,029	8,165								
19	3	33	26,225	3.00%	27,012	26,619	2,130	18.33%	7.50%	9,236	10,029	9,753	10,960	10,295	11,959	10,295	11,959								
20	4	34	27,012	3.00%	27,823	27,417	2,193	18.33%	7.50%	12,222	13,271	13,154	14,781	14,153	16,441	14,153	16,441								
21	5	35	27,823	3.00%	28,657	28,240	2,259	18.33%	7.50%	15,530	16,863	17,040	19,149	18,700	21,723	18,700	21,723								
22	6	36	28,657	3.00%	29,517	29,087	2,327	18.33%	7.50%	19,190	20,838	21,476	24,134	24,050	27,938	24,050	27,938								
23	7	37	29,517	3.00%	30,402	29,960	2,397	18.33%	7.50%	23,234	25,229	26,531	29,814	30,335	35,239	30,335	35,239								
24	8	38	30,402	3.00%	31,315	30,859	2,469	18.33%	7.50%	27,697	30,075	32,282	36,277	37,708	43,804	37,708	43,804								
25	9	39	31,315	3.00%	32,254	31,784	2,543	18.33%	7.50%	32,617	35,417	38,820	43,624	46,347	53,839	46,347	53,839								
26	10	40	32,254	3.00%	33,222	32,738	2,619	18.33%	7.50%	38,036	41,301	46,243	51,966	56,458	65,586	56,458	65,586								
46	30	60	58,254	3.00%	60,002	59,128	4,730	18.33%	7.50%	361,000	391,985	721,702	811,013	1,504,054	1,747,209	1,504,054	1,747,209								
47	31	61	60,002	3.00%	61,802	60,902	4,872	18.33%	7.50%	396,857	430,921	815,885	916,851	1,752,081	2,035,334	1,752,081	2,035,334								
48	32	62	61,802	3.00%	63,656	62,729	5,018	18.33%	7.50%	435,939	473,358	921,869	1,035,950	2,040,353	2,370,209	2,040,353	2,370,209								
49	33	63	63,656	3.00%	65,566	64,611	5,169	18.33%	7.50%	478,526	519,600	1,041,119	1,169,958	2,375,378	2,759,398	2,375,378	2,759,398								
50	34	64	65,566	3.00%	67,533	66,549	5,324	18.33%	7.50%	524,924	569,980	1,175,282	1,320,723	2,764,722	3,211,685	2,764,722	3,211,685								
51	35	65	67,533	3.00%	69,559	68,546	5,484	18.33%	7.50%	575,463	624,857	1,326,207	1,490,325	3,217,169	3,737,278	3,217,169	3,737,278								

La fila 16 del modelo se construye de la siguiente manera:

- La celda D16 contiene el sueldo anual inicial. La celda E16 contiene el crecimiento anual de salario.
- En la celda F16, se tiene la fórmula =D16\*(1+E16), indicando el sueldo anual final.
- La celda G16 contiene el sueldo anual promedio para calcular el aporte anual y la fórmula es: =(D16+F16)/2.
- En la celda M11 se ha puesto el porcentaje del sueldo anual que se aportará al fondo, 8% en este caso.
- La celda H16 contiene el aporte anual al fondo que se haya seleccionado: =\$M\$11\*G16.
- Las celdas I16 y J16 contienen los rendimientos promedio calculados para las acciones y bonos respectivamente.
- La celda K16 contiene el aporte anual (efectuado mensualmente) al Fondo I, bajo el supuesto que José haya seleccionado este fondo.
- En las celdas N6 y O6 se encuentran las proporciones del fondo que serán invertidas en acciones y bonos, en este caso 10% y 90% respectivamente.
- La celda L16 contiene el cálculo del crecimiento del aporte del primer año, que sería el aporte original más los intereses ganados: =K16\*(N\$6\*(1+I16) +O\$6\*(1+J16)).
- Los cálculos para los Fondos II y III, son similares y se pueden seguir fácilmente en la hoja.

Para la fila 17, hay que copiar todas las fórmulas de la fila 16 excepto:

- La celda D17 debe tener la fórmula =F16 por que el salario inicial del siguiente año es el salario final del año anterior.
- La celda H17 debe tener la fórmula =L16+H17, ya que el Fondo I al inicio de este periodo debe ser igual al Fondo I final del periodo anterior más el nuevo aporte del periodo actual. En forma similar, la celda M17 debe tener la fórmula =N16+H17 y la celda O17 debe tener la fórmula =P16+H17, para lograr el mismo objetivo para los fondos II y III.
- Para terminar, copiar las fórmulas desarrolladas para la fila 17 hasta la fila 51.

Como se puede observar en la fila 51, solamente los Fondos II y III llegarían a pasar el millón de dólares al momento de su jubilación, por lo que habría que seleccionar el Fondo II por ser el de menor riesgo.

### **Análisis de sensibilidad clásico**

La característica del análisis de sensibilidad clásico es el hacer variar los principales parámetros del modelo entre rangos “razonables” (no se define formalmente qué son “razonables”, por lo que comúnmente se recurre al sentido común para establecer los límites sobre los cuales las variables posiblemente variarán).

Para este análisis se ha decidido sensibilizar:

- El valor del sueldo inicial, considerando dos escenarios: el valor inicial del problema, \$24,000 anual más/menos 10%.
- El rendimiento anual de las acciones, se han considerado cuatro escenarios: el valor base, 18.33% más/menos 20% y más/menos 10%.
- El rendimiento anual de los bonos, análogamente al caso de las acciones con cuatro escenarios.
- El porcentaje de aporte al fondo, tres escenarios, el base, 8% y 10% y 12%.

Como se puede observar en los resultados de la tabla que sigue, las conclusiones no varían, ya que solo los fondos II y III tendrían la posibilidad de pasar el millón a la jubilación de José.

**Tabla 2.***Análisis de sensibilidad del modelo base de jubilación*

		Valor del fondo a la jubilación		
Sueldo Inicial		Fondo I	Fondo II	Fondo III
Sueldo Anual inicial	24000	624,857	1,490,325	3,737,278
Base + 10%	26400	687,343	1,639,357	4,111,006
Base + -10%	21600	562,372	1,341,292	3,363,550
<b>Rendimiento de Acciones</b>				
Rendimiento Base	18.33%	624,857	1,490,325	3,737,278
Base + 20%	22.00%	677,589	2,213,497	7,750,713
Base + 10%	20.16%	650,533	1,813,101	5,368,088
Base + -10%	16.50%	600,222	1,227,004	2,607,976
Base + -20%	14.66%	576,586	1,012,196	1,826,632
<b>Rendimiento de los Bonos</b>				
Rendimiento Base	7.50%	624,857	1,490,325	3,737,278
Base + 20%	9.00%	845,016	1,814,406	4,024,655
Base + 10%	8.25%	725,775	1,643,949	3,878,234
Base + -10%	6.75%	539,368	1,351,848	3,601,582
Base + -20%	6.00%	466,869	1,227,004	3,470,950
<b>Aporte anual al Fondo</b>				
Aporte Base	8%	624,857	1,490,325	3,737,278
Base +2%	10%	781,072	1,862,906	4,671,597
Base +4%	12%	937,286	2,235,487	5,605,917

En este sentido, el fondo de menor riesgo a escoger sería el Fondo II.

Como se demuestra en la siguiente solución, considerando la incertidumbre en los parámetros del modelo, de las tasas de rendimiento de las acciones y los bonos y la variación del sueldo anual, la recomendación será completamente diferente.

### **Solución considerando la incertidumbre en los parámetros.**

Ahora tomaremos el modelo base construido en el análisis sin incertidumbre y colocaremos las variables que presentan incertidumbre: el rendimiento de las acciones y bonos y el crecimiento del salario anual. Adicionalmente consideraremos la correlación entre los rendimientos de las acciones y los bonos, 0.8 en este caso.

Para esto cargamos el @Risk desde el botón de Inicio del Windows en el grupo de programas del Palisade Decision Tools Suite. Una vez abierto el Excel cargamos la hoja JubilacionJPerezBase.xlsx, y la guardamos con un nuevo nombre: JubilacionJPerezRisk.xlsx para no modificar la anterior.

Para considerar la incertidumbre en la tasa de crecimiento anual del salario debemos hacer click en la celda E16 y luego presionar el botón “Define Distributions” y seleccionar la distribución Normal, y marcar en el cajón de la media de 3% (celda I9) y la desviación estándar de 2% (celda I10). Después de aceptar el comando la celda E16 debe mostrar la fórmula:

```
=RiskNormal($I$9,$I$10,RiskStatic(0.03))
```

Seguidamente arrastramos la fórmula para copiarla en las celdas E17 a E51.

Luego hacemos lo mismo con la celda I16 que tiene el rendimiento de las acciones y colocamos en ella la distribución Triangular con los valores mínimo, más probable y máximo en las celdas B6, C6 y D7 respectivamente. Si hacemos click en la celda I16 debemos ver la siguiente fórmula:

```
=RiskTriang($B$6,$C$6,$D$6,RiskStatic(0.1833333333))
```

y copiamos la fórmula desde la celda I17 hasta la celda I51.

En forma similar, hacemos un click en la celda J16 y luego click en el botón para definir distribuciones y seleccionamos la distribución continua Uniforme y colocamos los parámetros 5% y 10% en las celdas B11 y C11 y aceptamos el comando que debe aparecer en la celda J16 como:

```
=RiskUniform($B$11,$C$11,RiskStatic(0.075))
```

y copiamos el comando desde la celda J17 hasta la celda J51.

A continuación, para poner la correlación entre las dos variables en cada periodo procedemos de la siguiente manera:

Marcamos las celdas I16 y J16, hacemos click derecho y seleccionamos la opción @Risk y dentro de esta la opción Define Correlations. Aparecerá la ventana para colocar la correlación, en la que habrá que poner 0.8 y luego indicar el nombre y la posición donde se colocará la matriz de correlación en la hoja electrónica.

Después de este proceso, el modelo debe tener la apariencia de la figura 2.

**Figura 2.**

*Modelo de jubilación considerando la incertidumbre en los parámetros*

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P			
1	Modelo del Fondo de Jubilación Personal considerando la incertidumbre																	
2																		
3	Rendimiento de las Acciones Triangular				Edad actual, años				30				Inversiones ofrecidas por la AFP					
4	Mínimo Promedio Máximo Promedio				Edad de jubilación normal, años				65									
5	-40% 15% 80%				Salario anual inicial, US\$				24000				Fondo I Acciones 10% Bonos Gob 90%					
6													Fondo II 45% 55%					
7													Fondo III 80% 20%					
8	Rendimiento Bonos Gubernamentales Uniforme				Crecimiento del salario Normal Media 3%								Aportes anuales al fondo, US\$ del salario anual					
9	Mínimo Máximo Promedio				Desv Est 2.0%													
10	5% 10%																	
11					Correlación de rendimientos =				0.8									
12																		
13																		
14																		
15	Año		Edad		Salario		Salario Promedio		Aporte al Fondo		Rendimientos		Fondo I		Fondo II		Fondo III	
16					Inicial Crec. Final						Acciones Bonos		Fondo Inicial Fondo Acum.		Fondo Inicial Fondo Acum.		Fondo Inicial Fondo Acum.	
17	0	30	24,000	-0.39%	23,905	23,953	1,916	2.84%	7.58%	1,916	2,052	1,916	2,021	1,916	1,989			
18	1	31	23,905	3.26%	24,684	24,295	1,944	34.01%	8.94%	3,996	4,453	3,964	4,766	3,932	5,073			
19	2	32	24,684	5.18%	25,962	25,323	2,026	11.50%	8.49%	6,479	7,049	6,792	7,460	7,099	7,872			
20	3	33	25,962	7.47%	27,902	26,932	2,155	-35.47%	8.87%	9,203	9,612	9,615	8,549	10,027	7,360			
21	4	34	27,902	4.59%	29,184	28,543	2,283	-0.26%	9.48%	11,895	12,907	10,833	11,385	9,643	9,806			
22	5	35	29,184	4.48%	30,491	29,837	2,387	-1.87%	5.60%	15,294	16,037	13,772	14,081	12,193	12,147			
23	6	36	30,491	5.16%	32,065	31,278	2,502	49.79%	6.51%	18,539	20,549	16,583	20,893	14,650	20,676			
24	7	37	32,065	0.53%	32,234	32,150	2,572	3.50%	7.72%	23,121	24,807	23,465	24,830	23,248	24,258			
25	8	38	32,234	3.37%	33,319	32,776	2,622	-9.78%	6.45%	27,429	28,753	27,452	27,218	26,880	25,123			
26	9	39	33,319	0.93%	33,627	33,473	2,678	25.12%	6.62%	31,431	34,094	29,896	34,364	27,801	33,756			
27	10	40	33,627	1.14%	34,012	33,819	2,706	14.94%	7.22%	36,799	39,741	37,069	41,034	36,462	41,347			
28	11	41	34,012	4.35%	35,498	34,948	2,734	42.82%	5.04%	40,852	43,303	41,034	43,303	41,034	43,303			
29	12	42	35,498	3.04%	36,922	36,355	2,762	13.88%	9.31%	44,577	48,578	43,303	48,578	43,303	48,578			
30	13	43	36,922	0.51%	37,263	37,093	2,790	40.77%	6.28%	49,155	53,893	48,578	53,893	48,578	53,893			
31	14	44	37,263	1.24%	38,098	37,881	2,818	16.18%	5.67%	54,438	59,943	53,893	59,943	53,893	59,943			
32	15	45	38,098	1.43%	39,074	38,856	2,846	56.28%	9.48%	60,430	66,946	59,943	66,946	59,943	66,946			
33	16	46	39,074	3.30%	40,212	40,212	2,874	17.02%	9.28%	67,083	74,280	66,946	74,280	66,946	74,280			
34																		
35																		
36																		
37																		
38																		
39																		
40																		
41																		
42																		
43																		
44																		
45																		
46																		
47																		
48																		
49																		
50																		
51																		
52																		
53																		
54	RISK Corr: 30 / Accion: 30 / Bonos: 30 / \$16																	
55	30 / Accion: 1																	
56	30 / Bonos: 0.8 1																	

Para simular el modelo usaremos 5,000 iteraciones. En realidad, el número de iteraciones a usar es una función de las características del modelo y la confiabilidad requerida, para lo cual hay un procedimiento estadístico para su estimación. Sin embargo, 5000 iteraciones es un valor práctico aceptable. Cada iteración es una ejecución completa del modelo, hasta llegar a los valores finales de los tres fondos hasta a jubilación de José.

### Cómo funciona la simulación Montecarlo

En cada iteración se generarán con las distribuciones de probabilidad estimadas valores para los parámetros que presentan incertidumbre: los rendimientos de las acciones, bonos y la tasa de crecimiento anual del sueldo de José y luego se recalcula la hoja completamente. Por lo tanto, a diferencia del análisis clásico de sensibilidad, cada iteración representará un escenario posible de ocurrir en la realidad, obteniendo 5,000 escenarios, a diferencia de solo 12 como en el análisis clásico efectuado anteriormente.



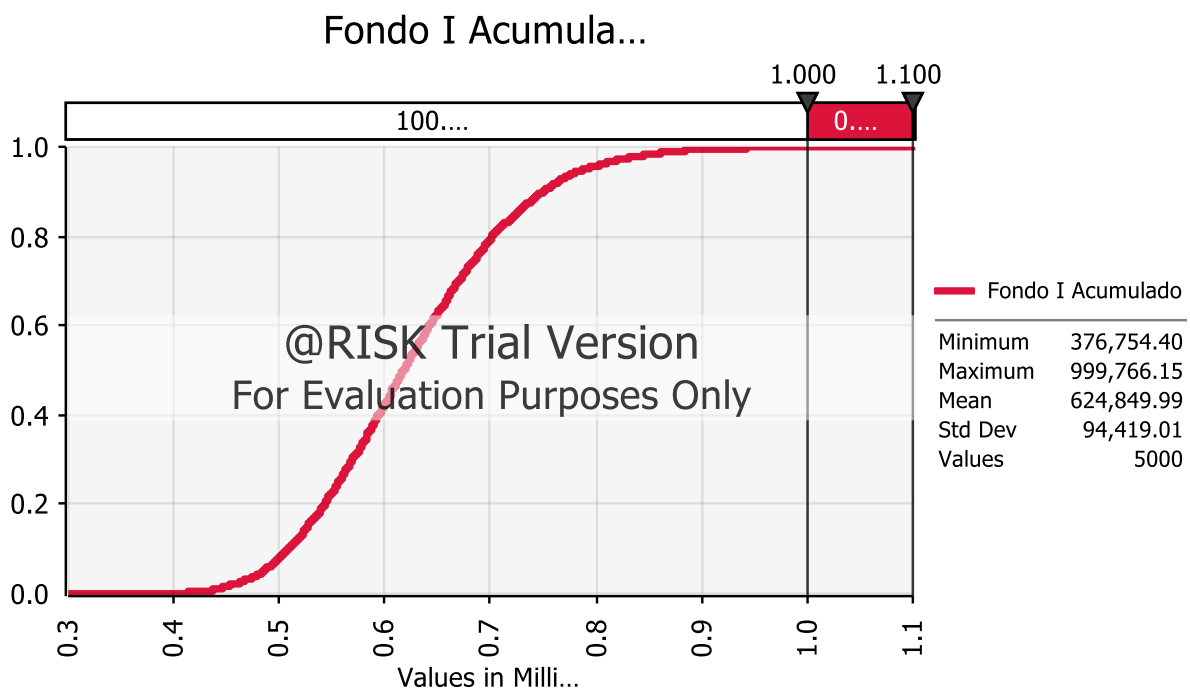
Adicionalmente en cada escenario se presentarán variaciones simultáneas y aleatorias de los parámetros, a diferencia del análisis clásico en el que un parámetro varía a la vez mientras los demás permanecen en su valor original. Como resultado, lo que obtendremos para cada fondo final será una distribución de probabilidad de los posibles valores, posibilitando el cálculo de un valor específico de los fondos, pero asociado a una probabilidad de ocurrencia.

### Los resultados de la simulación del modelo con incertidumbre

En la Figura 3, obtenida después de la simulación del modelo podemos observar el valor promedio del Fondo I acumulado a la jubilación de José es de US\$ 625,000 y que prácticamente la probabilidad de que este Fondo alcance el millón o más es cero. Esto significa que ningún escenario de los 5,000 evaluados el Fondo pasa de 1 millón de US\$.

**Figura 3.**

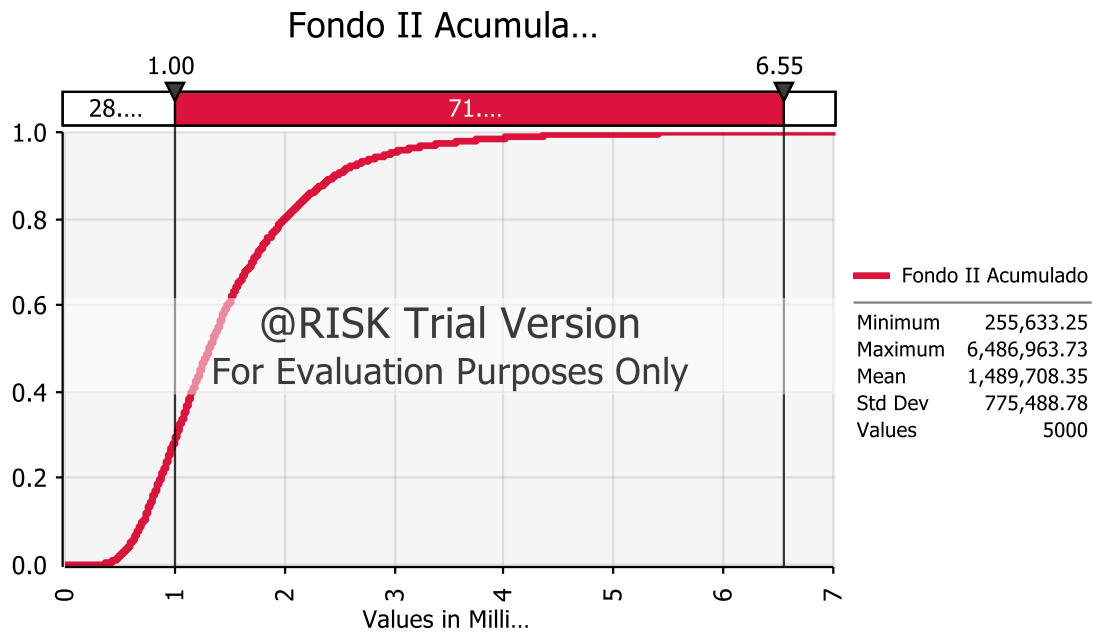
*Valor final del Fondo I*



En el caso del valor del Fondo II, el promedio alcanzado es de US\$ 1.5 millones, sin embargo, la probabilidad de pasar 1 millón es de solo 72% aproximadamente, como se observa en la figura 4.

**Figura 4.**

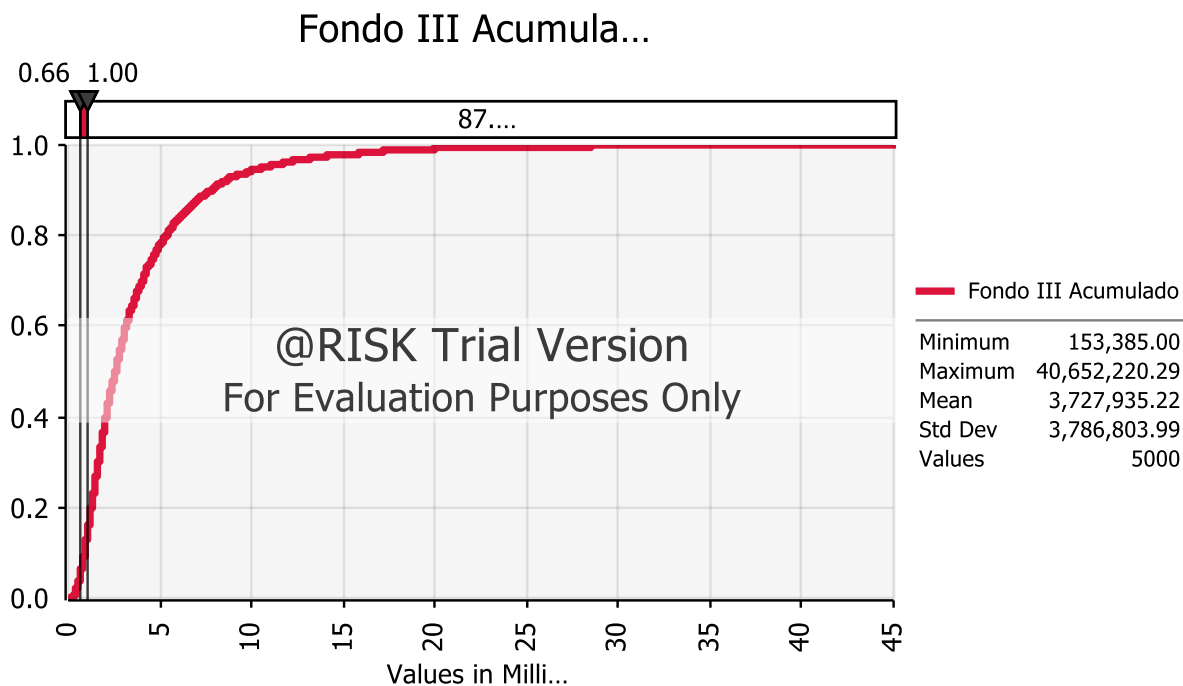
*Valor final del Fondo II*



En el Fondo III, si bien el valor promedio alcanzado es de US\$ 3.7 millones, la probabilidad de pasar el millón de dólares es de solo 87%.

**Figura 5.**

Valor final del Fondo III



### Conclusiones

Como se puede observar en los gráficos, el valor medio de los fondos II y III pasan del millón de US\$, pero las probabilidades de que se alcance un fondo de un millón o más en ningún caso alcanza el 90%. A diferencia del análisis tradicional en el que se consideraron 12 escenarios sin considerar el escenario base, en el análisis con incertidumbre se han considerado 5,000 escenarios en los cuales se han considerado variaciones simultáneas en los parámetros, a diferencia del análisis tradicional que analiza un cambio en un parámetro a la vez, manteniendo todo lo demás constante.

Esta interpretación errónea de lo que pasaría en la realidad se conoce como el “problema de los promedios” y ocurre justamente, como se ha evidenciado en este caso, cuando basamos nuestras decisiones en base a valores promedio de los parámetros cuando estos tienen incertidumbre. Este ha sido el caso de las variables rendimiento de las acciones y las posibles variaciones del crecimiento del salario anual.

Este problema ha sido bien documentado por Sam Savage de la universidad de Stanford en su libro “*The flaw of averages: Why we underestimate risk in the face of uncertainty*”.

## **Bibliografía**

Anderson et al., (2016), *Métodos Cuantitativos para los Negocios*, 13ed., Cengage Learning. ISBN 978-6-075-22845-7

Palisade Corporation (2016), *Guide to use @Risk, Risk Analysis and Simulation*, Palisade Decision Tools, Add-In for Microsoft® Excel, May 2009.

Rees, M. (2015). *Business risk and simulation modelling in practice: using Excel, VBA and@ RISK*. John Wiley & Sons. ISBN: 978-1-118-90405-3

Savage, S. L., & Markowitz, H. M. (2009). *The flaw of averages: Why we underestimate risk in the face of uncertainty*. John Wiley & Sons. 978-1-118-07375-9