



UNIVERSIDAD
DE LIMA

V EXPO DE INVESTIGACIÓN DE INGENIERÍA CIVIL

TEMA: RESILIENCIA, SOSTENIBILIDAD E INNOVACIÓN

Ecuación de la catenaria para calcular las fuerzas internas de los cables verticales de un puente colgante

Alumnos: Juan Cáceres, Gabriel De Rojas, Renato Huamaní, José Torres y Leopoldo Zuloeta

Profesor: Dr. Francisco León Asignatura: Métodos numéricos || Sección: 701 || Semestre: 2020-2

RESUMEN

En este trabajo, se estudió el uso de los métodos numéricos con la ecuación de la catenaria para el cálculo de la fuerza interna de un cable vertical del puente Great Belt. Para ello, se calcularon los parámetros requeridos de la ecuación, con el apoyo de los métodos numéricos de bisección, falsa posición, Newton-Raphson y secante modificada. Luego, se compararon los resultados obtenidos con el del autor original mediante el error relativo porcentual. Finalmente, se concluye que el método de Newton-Raphson fue el más conveniente para el proceso de obtención de la fuerza interna de un cable vertical, mediante la ecuación de la catenaria.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Los puentes colgantes han obtenido una gran fama debido a su apariencia estética. No obstante, estos se vuelven cada vez más extensos, lo cual conlleva a optimizar el uso de materiales para reducir los costos finales del proyecto. Esta consideración a su vez requiere una mayor precisión de las técnicas de análisis para el entendimiento completo, y sin problemas, de su comportamiento; como el cálculo de las fuerzas internas de los cables verticales. En base a esta problemática nos preguntamos, ¿qué tan eficientes son los métodos numéricos para el cálculo de las fuerzas internas de los cables verticales de un puente colgante a partir del uso de la ecuación catenaria?

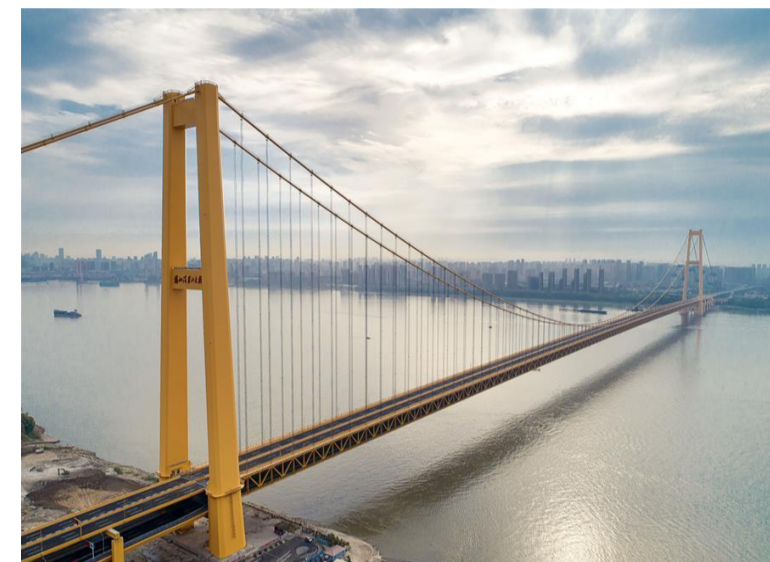


Figura 1 Puente colgante de China. Fuente: Xinhua (2019).

DESARROLLO DEL TEMA

Modelo del cable principal

Según Zhang et al. (2018) el cable principal de un puente colgante puede ser representado mediante una suma de catenarias sucesivas como se muestra en la Figura 2. De esta manera, la Ecuación 1 se encarga de describir cada segmento catenario; y la Ecuación 2, obtenida de la estática, permite hallar la fuerza interna de un cable vertical

$$y(l_i) = -\frac{H}{w} \left[\cosh\left(-\frac{w}{H} * l_i + a_i\right) - \cosh(a_i) \right] \quad \text{Ecuación 1. Ecuación de la catenaria entre } O_i \text{ y } O_{i+1}$$

$$P_i = H \left[\sinh\left(-\frac{w}{H} * l_i + a_i\right) - \sinh(a_{i+1}) \right] \quad \text{Ecuación 2. Ecuación de la carga para un cable vertical}$$

Donde:

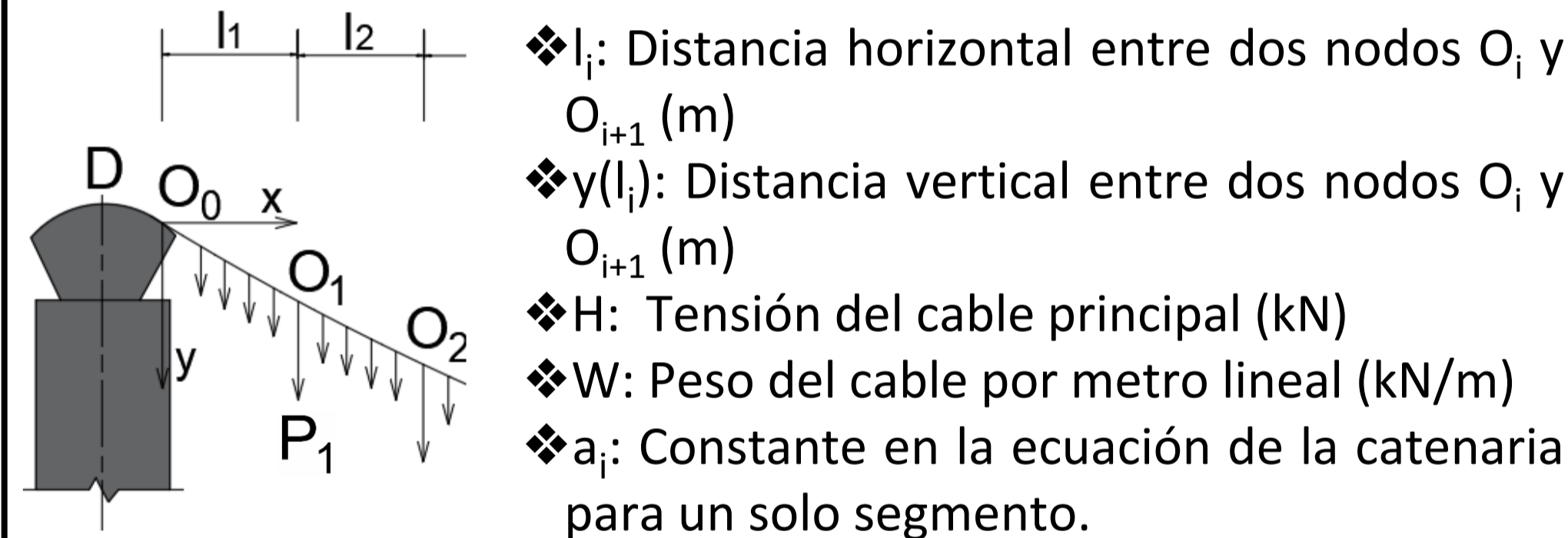


Figura 2. Tramo del cable principal dividido en catenarias y el sistema de coordenadas empleado. Fuente: Zhang et al. (2018)

Caso de estudio: Puente Great Belt

El presente caso de estudio se basó en las investigaciones de Zhang et al. (2018) y Cao et al. (2017), en las cuales analizaron y describieron el comportamiento del puente colgante Great Belt, ubicado en Dinamarca; mediante el empleo de la teoría de la catenaria. Para el presente trabajo se calcularon los parámetros a_1 y a_{1+1} de la Ecuación 1, siendo los demás valores conocidos, como las coordenadas de los nodos; y

posteriormente hallar la fuerza P_1 con la Ecuación 2. Finalmente, se menciona que los autores utilizaron la teoría de los Elementos Finitos para hallar la fuerza interna en cada cable vertical.



Figura 3. Puente colgante Great Belt. Fuente: Structuralia (2015)

RESULTADOS

Al emplear los métodos numéricos, se lograron hallar los valores de los parámetros a_1 y a_{1+1} , con el resto de valores conocidos y con un determinado número de iteraciones para cada uno de estos; como se observa en la Tabla 1. El resultado de la fuerza interna P_1 se muestra en la Tabla 2, el cual es comparado con los autores, obteniéndose así un error relativo porcentual de 0.01647%.

Método numérico	Nº de iteraciones	Autor	Carga (kN)
Bisección	22	Zhang et al (2018)	4906.596
Falsa posición	5		
Newton-Raphson	4	Presente trabajo	4907.404
Secante modificada	4		

Tabla 1. Número de iteraciones por método numérico utilizado. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2. Comparación de las cargas obtenidas. Fuente: Elaboración propia.

OBJETIVOS

Objetivo general:

- Demostrar la eficiencia de cuatro métodos numéricos para resolver la ecuación de la curva catenaria.

Objetivos específicos:

- Calcular la fuerza interna de un cable vertical de un caso de estudio empleando métodos numéricos con la ecuación de la catenaria.
- Determinar el método más conveniente para el proceso de obtención de la carga vertical.
- Verificar que el error relativo porcentual entre el valor de los autores y el valor obtenido en el presente trabajo, no resulte en un porcentaje grande e inaceptable.

METODOLOGÍA

Para el presente trabajo, se utilizó información secundaria recopilada de artículos científicos de revistas indexadas. Luego, se identificó el caso de estudio con el que se hizo uso de la ecuación de la catenaria. Posteriormente, será resuelto con ayuda del programa Microsoft Excel utilizando los métodos numéricos de Bisección, Falsa posición, Newton-Raphson y Secante modificada.

CONCLUSIONES

- El cálculo de la carga pudo obtenerse con los métodos numéricos. Los métodos de Newton-Raphson, secante modificada y falsa posición; han permitido obtener una resolución más eficiente que el método de bisección, el cual involucra la realización de más iteraciones.
- El método de Newton-Raphson resultó ser el método más conveniente de los cuatro, debido a la facilidad que ofrece en su proceso de resolución.
- Debido a que todos los métodos coincidieron en el valor del parámetro buscado, se pudo calcular el error relativo porcentual de 0.01647%, siendo este de una desviación completamente aceptable, pues resulta en un porcentaje muy pequeño.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



CÁLCULOS DESARROLLADOS Y DETALLADOS

