

UNIVERSIDAD DE LIMA
FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES Y ECONÓMICAS
2018-2

MANUAL DE ANÁLISIS CUANTITATIVO DEL RIESGO
E INTRODUCCIÓN AL USO DEL @RISK V7.5.1
VERSIÓN 2.0

Gutiérrez Villaverde, Herberth¹

¹ Docente de la Universidad de Lima: hgutier@ulima.edu.pe

Objetivos del presente manual.

La intención de este pequeño manual es:

- Facilitar el uso del programa @Risk a los alumnos de los cursos Métodos Cuantitativos para Finanzas (carrera de Contabilidad), el curso de Modelos para la Toma de Decisiones (carreras de Administración y Negocios Internacionales) de la facultad de Ciencias Empresariales y Económicas de la Universidad de Lima.
- Proporcionar casos básicos con diferentes modelos de evaluación de situaciones de negocios en los que es útil la simulación de Montecarlo para evaluar el riesgo.
- A través de los casos ilustrar las etapas de esquematización del problema de simulación, formulación del modelo de evaluación, desarrollo del modelo con el programa @Risk y efectuar el análisis de los resultados considerando el problema de los promedios y las posturas de los decisores frente al riesgo. para la toma de decisiones.
- Demostrar que en todos los casos la solución a un problema empresarial no existe una solución óptima o única, sino más bien que esta depende del contexto del problema y del grado de percepción del riesgo del tomador de decisiones, además de otras consideraciones cualitativas.

Nota sobre derechos de autor.

Este trabajo se basa en los capítulos 11 y 12 del texto *Practical Management Science*, y de los capítulos 15 y 16 del libro *Business Analytics* de Christian Albright y Wayne L. Winston y S. de la Kelley Business School de la Indiana University. Se ha dado una consideración muy especial a las implicancias del problema de los promedios, popularizado por el Dr. Sam Savage y ampliamente discutido en su libro *The Flaw of Averages*.

Agradecimientos.

Agradecemos la participación de los alumnos de las carreras de Administración, Negocios Internacionales y Contabilidad de la Universidad de Lima, entre los años 2010 y 2018, por sus comentarios y especialmente al alumno Oscar Miguel Igrada Igrada por su apoyo en la revisión completa del texto y la actualización de la versión actual del programa @Risk a la versión 7.5.1

Contenido

I. INTRODUCCIÓN A @RISK.....	4
II. CASOS BÁSICOS RESUELTOS.....	37
III. CASOS AVANZADOS	46
BIBLIOGRAFÍA.....	60

I. INTRODUCCIÓN A @RISK²

El presente manual básico tiene por objetivo facilitar el uso del @Risk versión 7.5 para los que recién se inician en el uso de aplicaciones de análisis de riesgos con simulación Montecarlo. Para esto se explican los comandos básicos a través de cinco casos en igual número de hojas que acompañan este manual.

El @Risk forma parte de un grupo de programas o “suite” de Palisade Corporation, entre los que se encuentran:

- el TopRank, que se usa para hacer análisis de sensibilidad en cualquier tipo aplicación en hojas de Excel,
- el Precision Tree, para hacer aplicaciones de análisis de decisiones con árboles de decisión,
- el Evolver, que se usa para hacer optimización usando algoritmos genéticos,
- el NeuralTools, para aplicaciones de redes neuronales,
- el RiskOptimizer, para aplicaciones de optimización estocástica, y
- el Stat Tools, para aplicaciones estadísticas.

La característica fundamental de estos programas es que son “add ins”, programas que se instalan como si fueran una función mayor o complemento del Excel, como es el caso por ejemplo del Solver.

Cargando el @RISK

Para construir modelos de simulación con @RISK, es necesario tener el Excel abierto con el @RISK cargado. Se debe cargar @RISK haciendo clic en el botón “Buscar” ubicado en la barra de tareas en Windows 10 y escribir el nombre del programa. En versiones anteriores del sistema operativo, como Windows 7, se debe hacer clic en el botón Inicio de Windows y escribir “@RISK” en la barra “buscar”. Por último, se debe seleccionar el ítem @RISK. Si Excel ya está abierto, este cargará @RISK dentro de Excel. Si Excel no está aún abierto, esta lanza Excel y @RISK simultáneamente.

Después de la carga se verá una ventana de bienvenida del @Risk. Aquí se podrá observar cinco menús principales: Inicio rápido (tutoriales interactivos para el uso del programa), Visita guiada (un video de lo básico del programa), Recursos (Algunos ejemplos, videos de expertos, capacitación y soluciones personalizadas) y Asistencia (ayuda del programa, una base de conocimientos en inglés y algunos otros videos).

² El @Risk es un producto de Palisade Corporation con base en Ithaca, New York, USA

Para usar directamente el @Risk sin ingresar a ninguna de las opciones descritas, pulsar el botón CERRAR, en la parte inferior de la ventana de bienvenida.

Después de cargar el @RISK se verá una nueva opción @Risk en la barra de herramientas de Excel. Haciendo clic en esta opción ingresaremos a la barra de herramientas @RISK, como se muestra en la Figura 1.2.



Fig 1.1 Ventana de bienvenida del @Risk

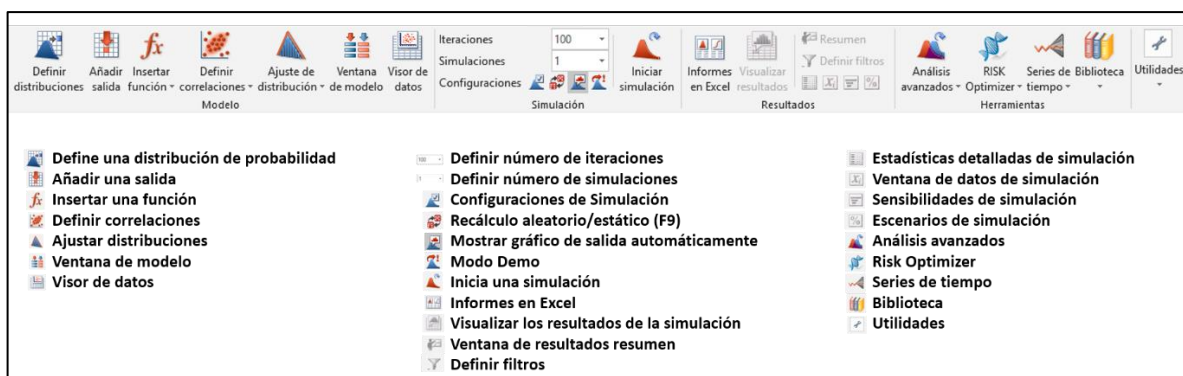


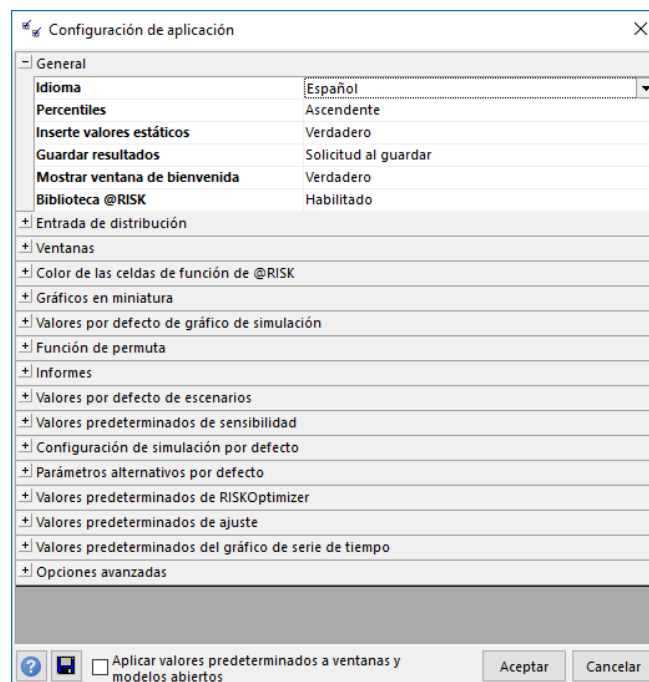
Figura 1.2 Barra de Herramientas @RISK

Cómo configurar el idioma en @RISK 7.5.2

En caso de, al descargar e instalar el programa, el @RISK apareciera por defecto en el idioma inglés, o si se desea cambiar a cualquier otro idioma, se podrá configurar fácilmente desde la aplicación.

Diríjase a la cinta de opciones en la parte superior y en dé clic en el ícono de Utilidades. Luego, pulse la opción “Utilidades” que aparece por segunda vez y posteriormente le dé clic en la opción “Configuraciones de aplicación...”.

Aparecerá una ventana como se muestra en la figura posterior:



En “idioma” se podrá seleccionar cualquiera que esté disponible. Luego pulse el botón de aceptar.

Es necesario reiniciar el programa para que los cambios tengan efecto.

Modelos de @RISK con una sola variable aleatoria de entrada

En esta sección se revisan algunas funcionalidades de @RISK a través del ejemplo de la Librería El Maestro. Luego, usaremos este mismo ejemplo para desarrollar otros modelos de simulación.

A lo largo de nuestra discusión se debe mantener en mente que el desarrollo de un modelo de simulación es básicamente un procedimiento de dos pasos:

- El primer paso es construir propiamente el modelo. Este paso requiere que se construya la totalidad de la lógica que transforma los datos de entrada (incluyendo las funciones de @RISK tales como RISKDISCRETE) en resultados (como utilidad). Aquí es donde la mayor parte de la labor y el pensamiento van, exactamente como en cualquier modelamiento. Es necesario ingresar adecuadamente las fórmulas que relacionan los datos de entrada con los resultados.
- En el segundo paso, @RISK replica automáticamente su modelo, con diferentes números aleatorios en cada repetición, y produce los informes de resumen solicitados en cuadros y gráficamente.

Empezamos analizando un ejemplo con una sola variable aleatoria de entrada. Para esto usaremos el problema clásico del modelo de inventarios con demanda incierta, que en la literatura se conoce como “el problema del vendedor de periódicos” o “The newsvendor problem” o The newsboy problem.

El modelo del vendedor de periódicos es un modelo matemático utilizado para determinar niveles óptimos para el control de los inventarios. A través de este modelo se quiere determinar la cantidad de pedido para un único producto con una demanda estocástica y costos unitarios fijos de exceso de inventario y de costos por unidades faltantes o que deficitarias para cubrir la demanda.

En este modelo se pretende representar la situación en la cual un producto se debe consumir en un solo periodo, como en el caso de los productos perecederos y en particular para los diarios, de donde proviene su nombre. Este modelo tiene los siguientes supuestos:

- La planeación está dada para un único periodo, es decir que el producto se pide al principio del periodo para satisfacer la demanda durante el mismo.
- La demanda es una variable aleatoria continua y no negativa.
- Los costos por exceso de productos o de faltantes son lineales y dependen del inventario final.

El objetivo de este primer caso será aprender las funcionalidades básicas de @RISK.

Ejemplo: Compra de calendarios en la Librería El Maestro

La Librería El Maestro compra calendarios por \$7.50, los vende a un precio regular o normal de \$10, y recibe un reembolso de \$ 2.50 por todos los calendarios que no se pueden vender. Ahora supondremos que la Librería El Maestro estima una distribución de probabilidad triangular para la demanda, donde el mínimo, el más probable, y los valores máximos de la demanda son 100, 175, y 300, respectivamente. Los parámetros de la distribución triangular de la demanda son posiblemente las mejores estimaciones subjetivas de la gerencia de la librería El Maestro, considerando su experiencia anterior con la venta de los calendarios. La empresa quiere utilizar esta distribución de probabilidad con @RISK para simular la utilidad de cualquier cantidad de pedido, y eventualmente encontrar la cantidad de pedido más conveniente.

Solución

Usamos este ejemplo para ilustrar muchas de las características de @RISK. En primer lugar, veremos cómo podemos elegir una distribución adecuada de probabilidad para el dato de entrada que es la demanda. Entonces lo usaremos para construir un modelo de simulación para una cantidad específica de pedido y generar resultados para este modelo. Por último, veremos cómo la función RISKSIMTABLE nos permite al mismo tiempo generar resultados de varias cantidades de pedido para que podamos elegir la mejor.

Desarrollo del Modelo de Simulación

El modelo para este ejemplo se da en la Figura 1.3. (Ver archivo El Maestro4.xlsx). Las partes más importantes son las siguientes:

Simulación de la Librería El Maestro													
Datos:				Variable de decisión									
				Cantidad ordenada		200							
Precio unit		10.00				Cantidades simuladas							
Costo unit		7.50				Día	Pedido	Demanda	Ventas	Reembolso	Costo	Utilidad	
Reembolso unit		2.50				1	200	192	1,917	21	1,500	438	--> definir salida
La demanda sigue una distribución triangular													
Mínimo		100				Resumen de medidas de Utilidad con @RISK							
Más probable		175				Media	337.49	--> =Riskmean(M9)					
Máximo		300				Mínimo	-240.18	--> =Riskmin(M9)					
		191.67		--> definir una Triangular con @RISK		Máximo	500.00	--> =Riskmax(M9)					
						Desv. Estánd	189.07	--> =RiskStdDev(M9)					

Figura 1.3 Modelo de simulación con una orden de cantidad fija.

1. Ingreso de la distribución. Para generar una demanda aleatoria, introduzca la fórmula: **=REDONDEAR (RISKTRIANG (C13,C14,C15), 0)**

en la celda C17 para la demanda aleatoria. El uso de la función RISKTRIANG es para generar una distribución de la demanda a partir de la entrada dada. Asimismo, el uso de la función REDONDEAR en Excel redondea la demanda al entero más cercano.

Otra forma de definir una distribución con @RISK es haciendo clic en la opción “Definir distribuciones” en la cinta de opciones superior. Se selecciona la celda en donde se colocará la distribución (en este caso, C17) y se pulsa la opción anteriormente descrita. Aparecerá una ventana donde se mostrarán diferentes distribuciones. Se debe elegir “Triang” para este problema.

En la siguiente ventana nos aparecerá la gráfica de la distribución. En el lado izquierdo se podrá ingresar los valores necesarios para generarla. Para el caso de la Librería El Maestro, se deberá ingresar las celdas donde se encuentran los valores Mínimo, Más probable y Máximo, respectivamente. Por último, se hará clic en aceptar para dar por finalizada la definición de la distribución.

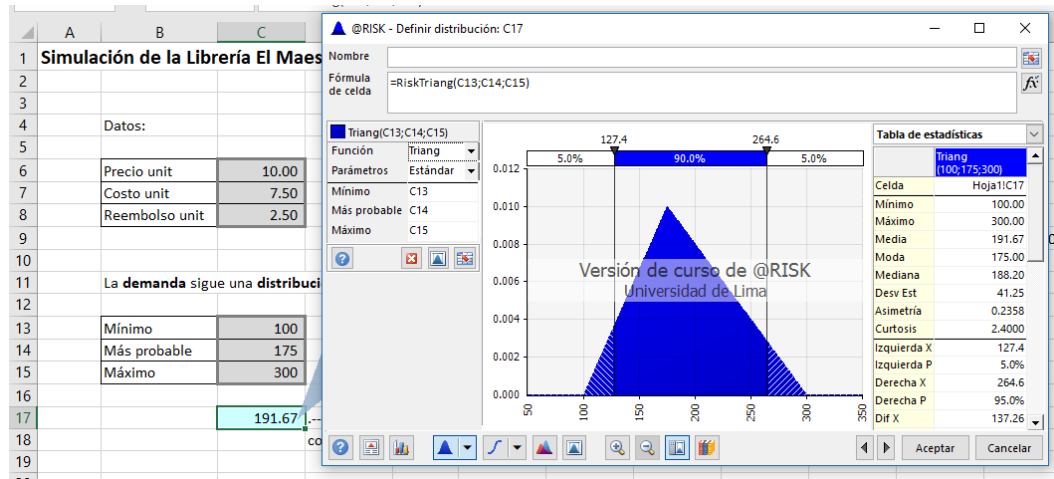


Figura 1.x Ingresar una distribución

- 2. Celda de Resultado.** Cuando se corra la simulación, queremos que @RISK realice un seguimiento de la utilidad. En la terminología @RISK, es necesario designar a la celda de Utilidad, M9, como una **celda de resultado**. Hay dos maneras de designar a una celda como una celda de resultado. Una manera es posicionarse en la celda y, a continuación, hacer clic en el botón “Añadir salida” en la barra de herramientas @RISK (véase la figura 1.2). Una forma equivalente es añadir RISKOUTPUT (“descripción”) + la celda de la fórmula. (Aquí, “descripción” es un nombre que se utiliza para el reporte @RISK. En este caso, tiene sentido utilizar “Utilidad” como descripción). La fórmula en la celda M9 cambia de

$$=J9+K9-L9$$

a

$$=RISKOUTPUT(“UTILIDAD”)+J9+K9-L9$$

El signo más a continuación de RISKOUTPUT no indica adición. Es simplemente la forma de indicar a @RISK que se desea hacer un seguimiento del valor de esta celda (y tenerla en los informes de resultados) a medida que transcurre la simulación. No hay límite al número de celdas que pueden designarse de este modo como celdas de resultado. Esta celda está con un doble borde negro por énfasis.

- 3. Los datos de entrada y resultados.** @RISK mantiene una lista de todas las celdas de entradas (celdas con funciones aleatorias @RISK) y celdas de resultados. Si desea consultar la lista en cualquier momento, haga clic en el botón “Model Window” de la barra de herramientas @RISK (véase la figura 1.2). Proporciona un cuadro de diálogo, como se muestra en la Figura 1.4.a

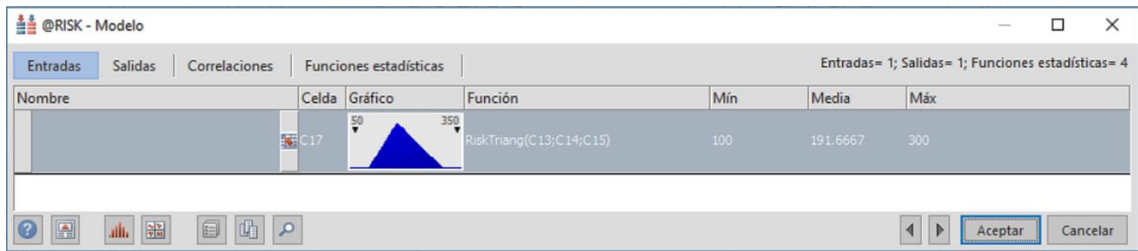


Figura 1.4.a Cuadro de diálogo de la Ventana de modelo

4. **Ventana de Modelo y RISKview.** Como se indica en la Figura 1.4.a, cuando se solicita la lista de entradas y resultados, las verá en el @RISK “Ventana de Modelo” (También puede abrir “Ventana de Modelo” directamente de la barra de herramientas @RISK. Véase el sexto botón de la izquierda en la Figura 1.2.) Esta ventana de modelo proporciona herramientas avanzadas, pudiendo obtener las funcionalidades del visor gráfico de distribuciones, llamado RISKview. Simplemente seleccionando la tecla “tab” de su teclado presentará las gráficas de las distribuciones de todas las entradas, en este caso el gráfico de la distribución triangular de la demanda, como se muestra en la Figura 1.4.b

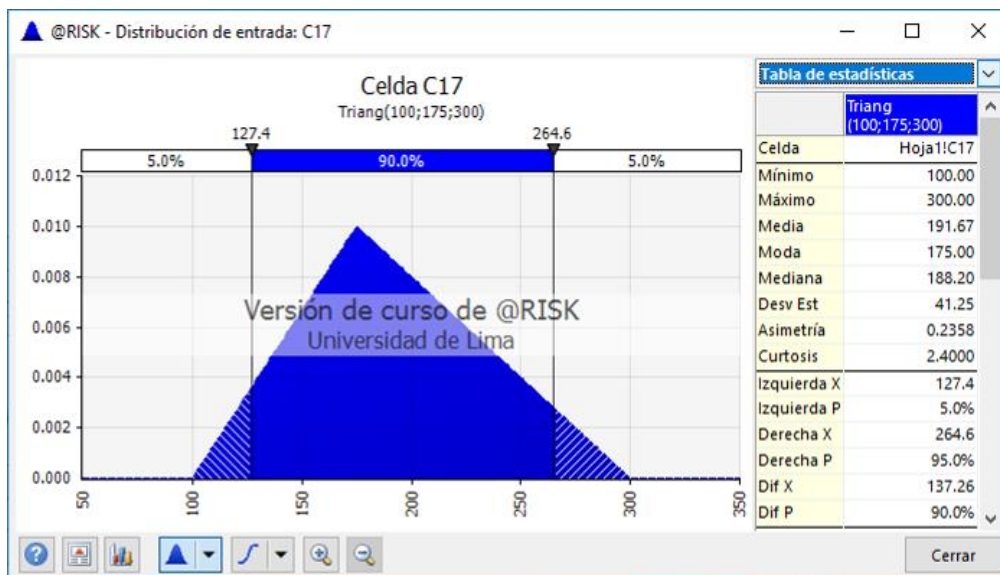


Figura 1.4.b Gráfico de la distribución triangular de la demanda

5. **Funciones de resumen.** @RISK ofrece varias funciones para resumir los valores de resultado. Como ejemplo tenemos las mostradas en el rango H15:H18 de la Figura 1.3, que contienen las fórmulas:

=RISKMIN(M9)

=RISKMAX(M9)

=RISKMEAN(M9) y

=RISKSTDDEV(M9)

Los valores en estas celdas no son de ninguna utilidad hasta después de la simulación. Sin embargo, después de la ejecución de la simulación, estas fórmulas capturan las estadísticas resumen de las utilidades. Por ejemplo, la función RISKMEAN calcula la media de las utilidades generadas. Estas mismas estadísticas resumidas aparecen también

en los informes @RISK Output Reports, encontrándose ellas en la misma hoja de cálculo del modelo, que es a menudo deseable.

Ejecutando la simulación

Ahora que hemos desarrollado el modelo de la Librería El Maestro, el resto es sencillo. De hecho, el procedimiento es siempre el mismo. Tenemos que especificar la configuración de la simulación, la configuración del informe de resultados y luego ejecutar la simulación.

1. **Configuración de la Simulación.** En primer lugar debemos decir a @RISK cómo queremos que la simulación se ejecute. Para ello, haga clic en el botón “Configuraciones de simulación” sobre la barra de herramientas de @RISK. Haga clic en la pestaña “General” y rellene el cuadro de diálogo como en la Figura 1.5. Este indica que queremos repetir la simulación 1000 veces, cada vez con una nueva demanda al azar. (@RISK utiliza el término iteración en lugar de la replicación. En realidad, preferimos la última, pero usamos ambos de forma intercambiable).

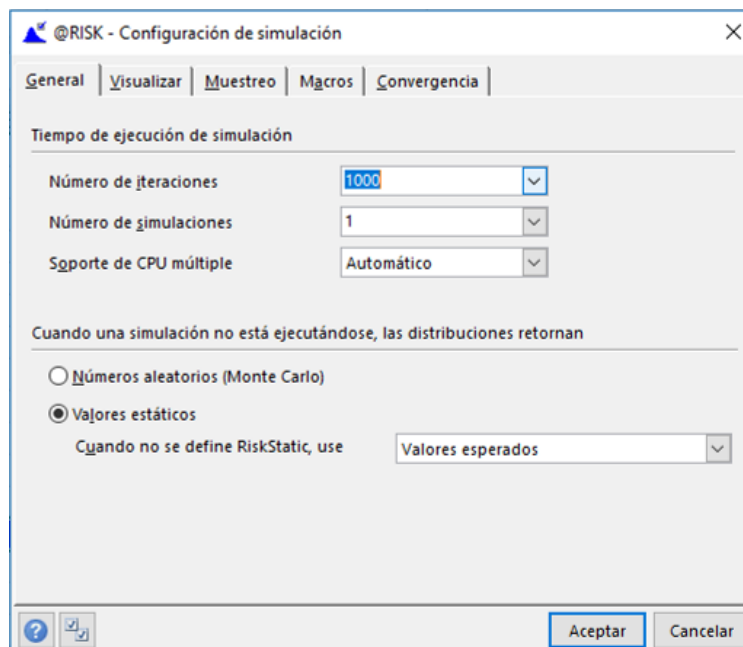


Figura 1.5 Definición del número de repeticiones

A continuación, haga clic en la pestaña “Muestreo” y rellene el cuadro de diálogo como en la Figura 1.6. Por razones técnicas, siempre es mejor usar “Latin Hypercube” (“Latino Hipercúbico”) como opción de muestreo porque es más eficiente. También se recomienda seleccionar la opción “Números aleatorios (Monte Carlo)” en la pestaña “General”. Aunque este no tiene ningún efecto sobre los resultados finales, significa que usted verá números aleatorios en la hoja de cálculo, es decir, valores que cambian al pulsar la tecla F9. En caso contrario, si selecciona la opción por defecto del Valor Esperado, los valores de la hoja de cálculo no parecen ser aleatorios ya que no cambian cuando se presiona la tecla F9.

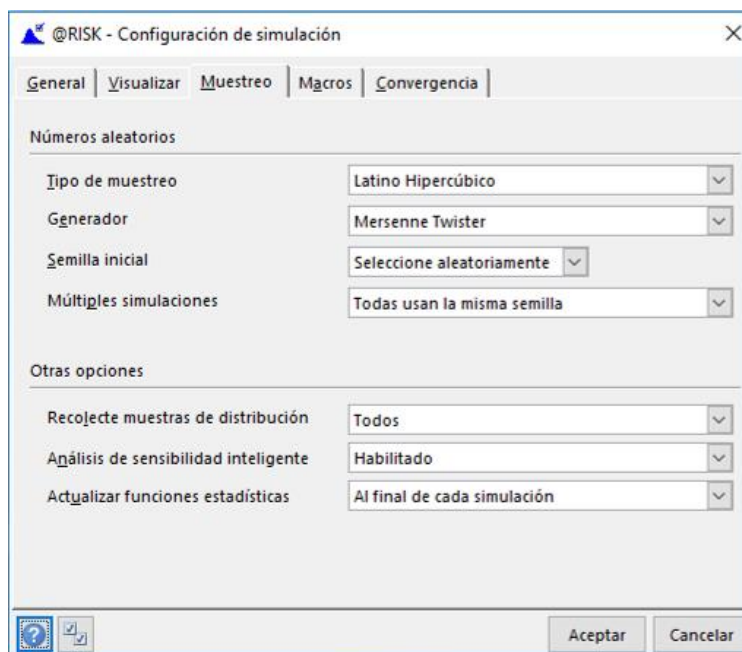


Figura 1.6 Otras definiciones de la simulación

- 2. Configuración del Reporte.** Por defecto, cuando @Risk ejecuta un modelo de simulación, muestra sus resultados en la ventana Results Window que aparece fuera del Excel. A menudo, es preferible tener los resultados en una hoja de cálculo Excel, probablemente en el mismo libro junto con su modelo. Esto es fácil de lograr. Haga clic en el botón “Configuración de la simulación” sobre la barra de herramientas @RISK, luego haga clic en la pestaña “Visualizar” y rellene el cuadro de diálogo como en la Figura 1.7.a finalmente presione el botón “Seleccionar...” y se abrirá un cuadro de diálogo como en la Figura 1.7.b. Le sugerimos que utilice las opciones marcadas aquí, aunque usted puede experimentar con otras opciones.

Para que los resultados sean generados en el mismo libro del modelo ingresar en “Configuraciones de Aplicación” por medio de la opción Utilidades (recordar que se debe dar clic a Utilidades que aparece por segunda vez) de @RISK y seleccione la opción página activa (“Active Workbook”) para la salida de los reportes.

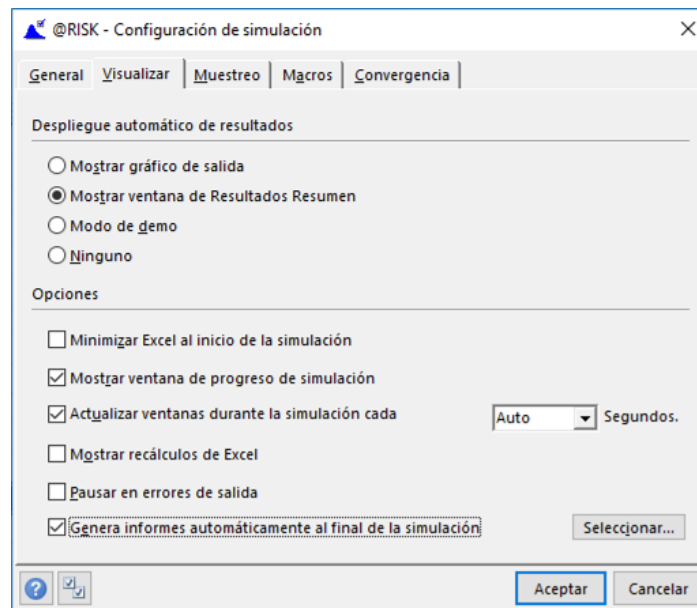


Figura 1.7.a Opciones @RISK para reportes de salida

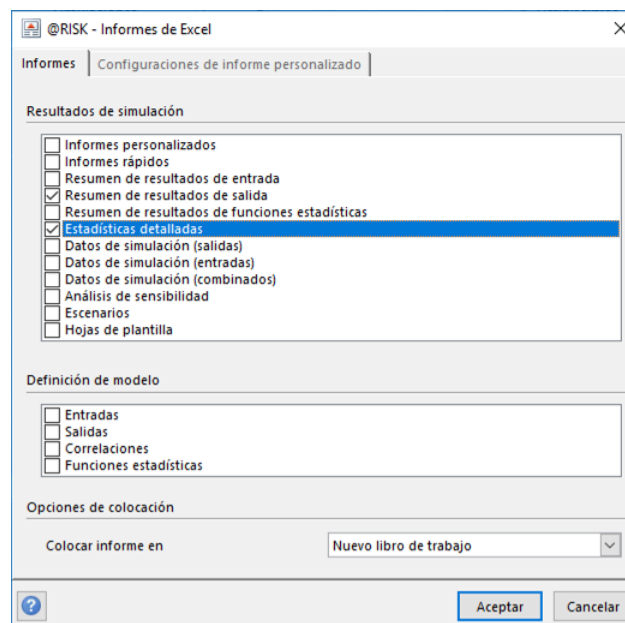


Figura 1.7.b Opciones @RISK para resultados de la simulación

En la figura 1.7.b estamos pidiendo estadísticas detalladas y un resumen de resultados de salida para ser colocadas en el mismo libro del modelo. Al poner check en ambas casillas ubicadas en la parte superior, los resultados aparecerán en nuestro libro de trabajo y en @RISK Results Window.

3. **Ejecutar la simulación.** Ahora estamos preparados para ejecutar la simulación. Para ello, simplemente haga clic en el botón “Iniciar Simulación” sobre la barra de herramientas @RISK (el icono que parece una distribución de datos en rojo). En este punto, @RISK repetidamente genera un número aleatorio para cada celda de entrada, recalcula la hoja de cálculo, y registra todos los valores de las celdas de resultados. Se puede ver el transcurso de la simulación en la parte inferior izquierda de la pantalla. (Tenga en cuenta que si usted pide más de 1000 repeticiones con la versión educativa de @RISK, el programa pedirá confirmar la ejecución después de cada 1000 iteraciones.)

Discusión de los resultados de la simulación

@RISK genera y registra un gran número de mediciones de las celdas de resultados. Por ahora discutiremos las más importantes.

Results Summary (Informe resumido). Suponiendo que el cuadrado superior en la Figura 1.7.a se encuentra marcado (lo que recomendamos), nos transfiere inmediatamente a ventana @RISK Results Window. Esta ventana contiene el resumen de los resultados que se muestra en la Figura 1.8. En la línea superior se resume las 1000 utilidades generadas durante la simulación. La más pequeña de ellas fue - \$240.17, la mayor fue de \$500, con un promedio de \$337,49 dólares, un 5% de ellos eran iguales o inferiores a - \$44.6966, y el 95% de ellos estaban por debajo de \$500. (En realidad, hay muchas repeticiones con una utilidad de \$500, por lo que el percentil 95 mostrado es igual a la utilidad máxima.) Tenga en cuenta que los resultados coinciden con los de las funciones RISKMIN, RISKMAX, y RISKMEAN que aparecen en su modelo en la hoja de cálculo. Asimismo, note en la Figura 1.8 que @RISK también resume las celdas de entrada aleatoria, en este caso, las celdas de demanda.



Figura 1.8 @RISK resumen de los resultados

Cuestión técnica de @RISK: Muestro Hipercubo Latino

*En el cuadro de diálogo en la Figura 1.6, usted debe mantener el tipo de muestreo por defecto en la opción **Latin Hipercube**. Esta es una opción mucho más eficiente que el muestreo Monte Carlo, ya que produce una estimación más precisa del promedio de las utilidades. De hecho, nos sorprendió la forma en que es precisa. En repetidas ejecuciones de este modelo, siempre utilizando diferentes números aleatorios, obtenemos el mismo promedio de las utilidades, a unos pocos centavos de US\$ 337,50. Resulta que este es el verdadero promedio de las utilidades para esta entrada de la distribución de la demanda. ¡Sorprendentemente, las estimaciones de simulación son correctas en prácticamente todas las ejecuciones! Lamentablemente, esto significa que un intervalo de confianza para la media, sobre la base de los resultados de @RISK y la habitual fórmula de intervalo de confianza (que supone el muestreo de Monte Carlo), es mucho más amplia (más pesimista) de lo que debería de ser. Por lo tanto, en adelante no calcularemos más los intervalos de confianza.*

Simulation Detailed Statistics (Estadísticos detallados de simulación). También podemos solicitar estadísticas más detalladas dentro de @RISK Results Window con el item Detailed Statistics del menú Excel Reports, al marcar la opción de generar reportes automáticamente al finalizar la simulación, que se encuentra en la pestaña “View” de “Simulation Settings”. Estas estadísticas detalladas se muestran en la Figura 1.9. Toda la información de la Figura 1.8 está aquí, y más. Por ejemplo, el percentil 25 indica que el 25% de las 1000 utilidades generadas estaban por debajo de \$207,50. Además, debido a que el percentil 10 para las utilidades es

positivo, estimamos que la probabilidad de equilibrio, con una cantidad de pedido de 200, se encuentra entre 0,05 y 0,10.

Target values (Valores objetivo). Mediante desplazamiento a la parte inferior de la lista de estadísticas detalladas en la figura 1.9, podemos ingresar cualquier valor “meta” (u objetivo) o porcentaje “meta”. Si ingresamos un valor meta, @RISK calculara el porcentaje correspondiente, y viceversa. Aquí ingresamos un valor meta de utilidad igual a \$ 0, y @RISK, calcula el correspondiente porcentaje de 7,5% (véase la figura 1.10). Esto significa que el 7,5% de las 1000 utilidades fueron de \$ 0 o negativas. También podemos ingresar un porcentaje. Para la segunda meta, ingresaremos 12%. Vemos que el 12% de las utilidades simuladas fueron iguales o inferiores a \$ 65. @RISK ofrece espacio para hasta 10 pares de valores meta/porcentaje.

Nombre	Utilidad	
Descripción	Salida	RiskTriang(C13;C1..
Celda	Hoja1!M9	Hoja1!C17
Mínimo	-240.1764	101.3098
Máximo	500	295.1326
Media	337.4931	191.668
Desviación est	189.0723	41.27266
Varianza	35748.32	1703.433
Asimetría	-0.948634	0.2356541
Curtosis	2.795996	2.402717
Errores	0	0
Moda	500	172.9648
5% porc	-44.69966	127.3734
10% porc	40.10084	138.6801
15% porc	105.0714	147.3428
20% porc	160.2735	154.7031
25% porc	209.1422	161.2189
30% porc	252.2982	166.9731
35% porc	292.9436	172.3925
40% porc	331.1248	177.4833
45% porc	370.4768	182.7302
50% porc	411.1259	188.1501
55% porc	454.1054	193.8807
60% porc	499.1664	199.8889
65% porc	500	206.3456
70% porc	500	213.3626
75% porc	500	220.7981
80% porc	500	229.2244
85% porc	500	238.6237
90% porc	500	249.8507
95% porc	500	264.4645

Figura 1.9 Ventana de estadísticas detalladas.

Simulation Data (Datos de Simulación). Los resultados a este punto resumen la simulación. Nosotros podemos ver los resultados completos: los datos, demandas y utilidades de todas las 1000 repeticiones. Para ello, seleccione el elemento de menú Simulation Data en el grupo @RISK Results . Una parte de los datos de esta simulación se muestra en la Figura 1.11.

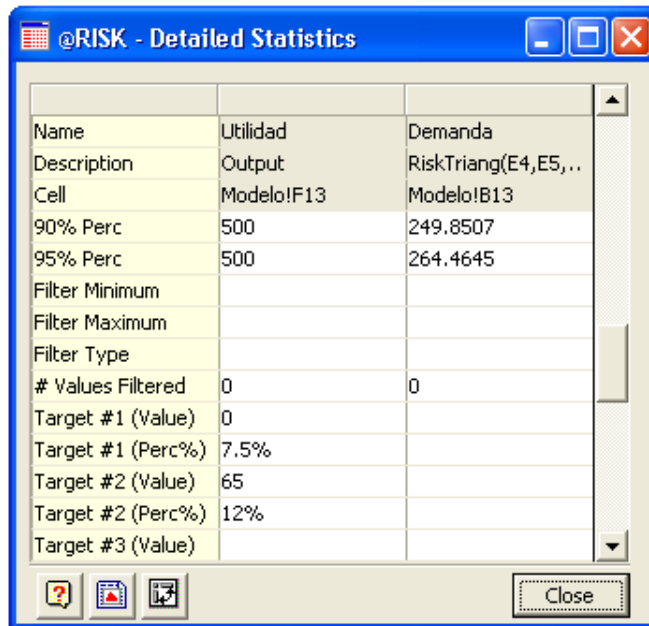


Figura 1.10 Percentiles y valores meta

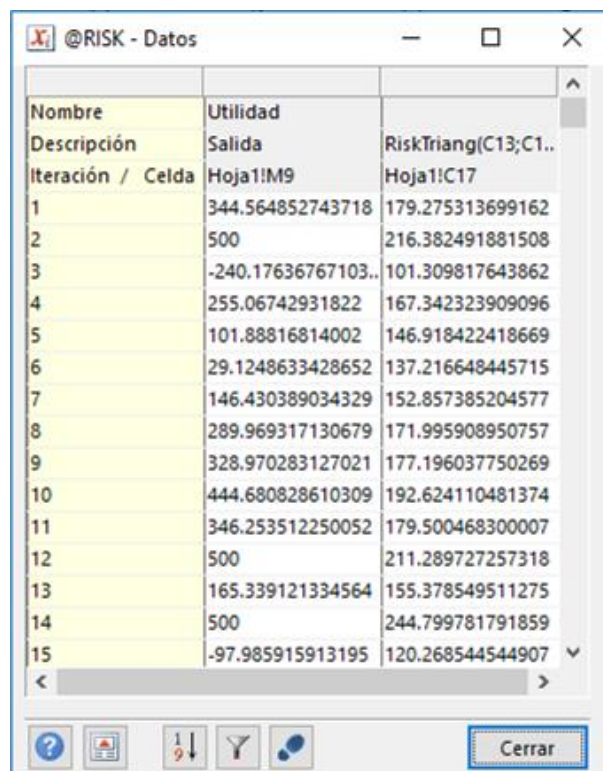


Figura 1.11 Ventana de los datos de la simulación

Charts (Gráficos). Para ver los resultados gráficamente, resalte la celda de resultado que se desea graficar, haga clic en el ítem Browse Results en la parte izquierda de la ventana Results Window, y a continuación, se genera un gráfico de distribución. Esto crea un histograma de las 1000 utilidades de la simulación, como se muestra en la Figura 1.12.a Usted puede mover los "marcadores" en la parte superior de la tabla a la izquierda o a la derecha para ver varias probabilidades. Por ejemplo, después de mover los marcadores, la cifra muestra que el 7.5% de las utilidades simuladas están por debajo de \$ 0, y el 67.8% están por encima de \$ 270 (ver

Figura 1.12.b). Esto también indica que la distribución de las utilidades es muy sesgada a la izquierda cuando la cantidad de pedido es de 200. Evidentemente, las entradas de distribución triangular no siempre conducen a resultados distribuidos triangularmente.

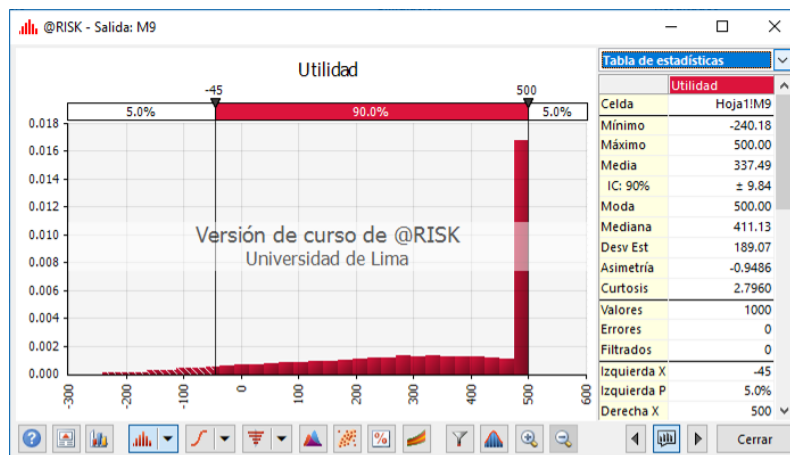


Figura 1.12.a Histograma de utilidades simuladas.

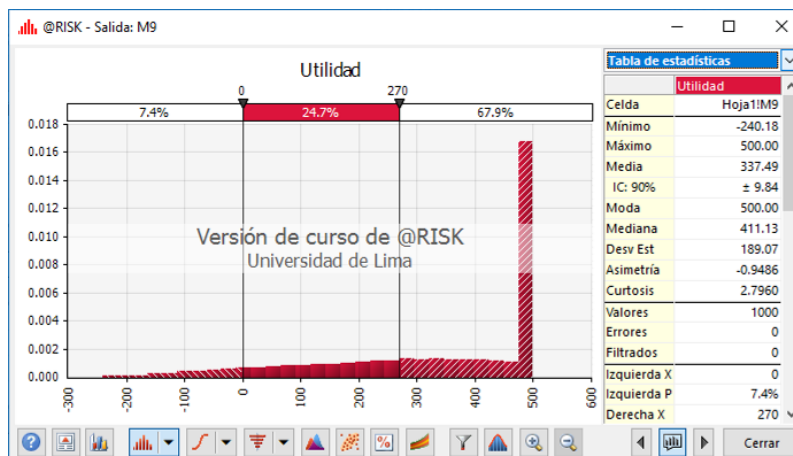


Figura 1.12.b Histograma de utilidades simuladas.

¿Por qué esta asimetría se produce? Si la demanda es mayor que 200, el nivel de la cantidad de pedido, los 200 calendarios se venden, y la utilidad es de \$ 500, independientemente de la demanda exacta. Por lo tanto, razonablemente hay una probabilidad alta (alrededor del 40%) de que la utilidad sea exactamente \$500. Por otro lado, cuando la demanda es inferior a 200, la utilidad disminuye gradualmente a medida que la demanda disminuye. Esto conduce a un sesgo negativo.

Resultados en Excel. A menudo queremos que el resultado de la simulación incluya gráficos en un libro de Excel. La forma más sencilla de obtener los resultados que se ven en las figuras 1.8 y 1.12.a, en un libro de Excel es llenar el cuadro de diálogo en la configuración del reporte (Excel Reports) como lo hicimos en la Figura 1.7. En este caso se crean hojas de trabajo separadas para los reportes. Por ejemplo, una hoja de cálculo denominada Output Results (véase la Figura 1.13.a, que muestra la mayor parte del reporte) se crea para mantener prácticamente la misma información que en la Figura 1.8. Si en Excel Reports ha sido marcado el resumen de entradas también se muestra en Input Results (véase Figura 1.13.b).

También es posible obtener un resumen de los resultados, como el modelo de simulación, en la misma hoja de cálculo mediante el uso de las funciones @RISK Summary. Por ejemplo, si

queremos ver la media de las utilidades simuladas, podemos ingresar la fórmula =RISKMEAN(F13) en alguna celda en blanco, como lo hicimos en la Figura 1.3. Luego, después que la simulación se ha ejecutado, esta celda indicara el promedio de las utilidades simuladas. (Hasta que la simulación no se ejecute, esta celda no contiene ninguna información útil.) Para obtener más información sobre otras funciones de @ RISK Summary, revise la ayuda en línea de @RISK de las “funciones estadísticas”.

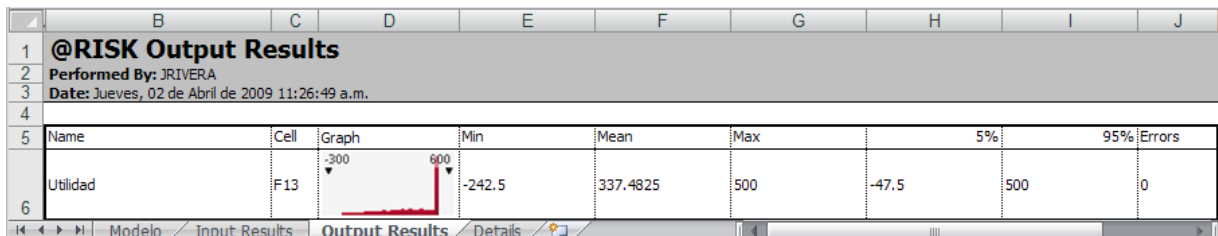


Figura 1.13.a @RISK Output Results en Hoja Excel

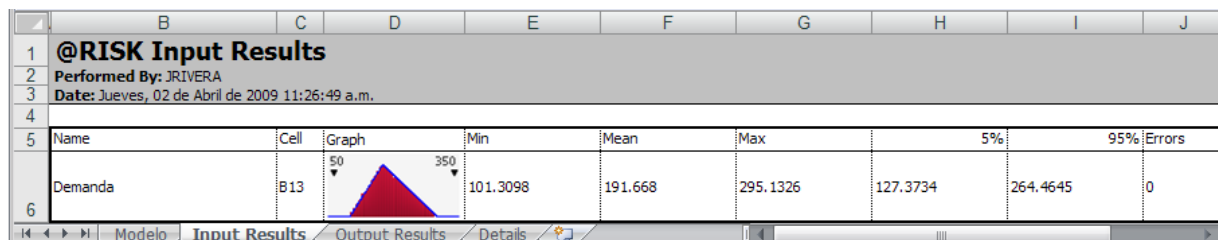


Figura 1.13.b @RISK Input Results en Hoja Excel

El problema del error de los promedios

Como "error de los promedios", nos referimos a una idea errónea que muchas personas tienen acerca de los problemas que involucran incertidumbre. En el contexto de la simulación, la falla es esencialmente la siguiente: si sustituimos los valores medios de las variables de entrada y observamos su correspondiente resultado, este valor del resultado por lo general no es igual al resultado promedio del valor que obtenemos al ejecutar la simulación. Esto tiene enorme importancia en aplicaciones reales. Esto significa que si dejamos de lado la incertidumbre en las entradas y simplemente utilizamos sus promedios en el modelo de la hoja de cálculo, podemos obtener un valor distorsionado del valor promedio del resultado. Para empeorar las cosas, por lo general no se puede decir, al menos no sin antes realizar un análisis más a fondo, si el error estará por arriba o por abajo del verdadero valor.

Este error de los promedios es muy fácil de demostrar en @RISK. Sugerimos utilizar la opción de Monte Carlo (Random Values) en lugar de la opción predefinida Expected Value (Valor Esperado) en el cuadro de diálogo en la configuración de la simulación (vea la Figura 1.5). La opción Monte Carlo hace que la simulación aparezca al azar. Cuando se selecciona y, a continuación, al pulsar la tecla F9 todos los números aleatorios cambian por efecto del recálculo. Sin embargo, esta configuración es totalmente cosmética y no tiene ningún efecto sobre la forma en que @RISK funciona cuando se ejecuta la simulación. Por lo tanto, por ahora, seleccione la opción del Valor Esperado. El efecto es para la entrada del valor medio en cada celda de entrada. En el modelo El Maestro, sólo hay una celda de entrada, la celda de la demanda, y su media es 191,67 (véase la figura 1.14).

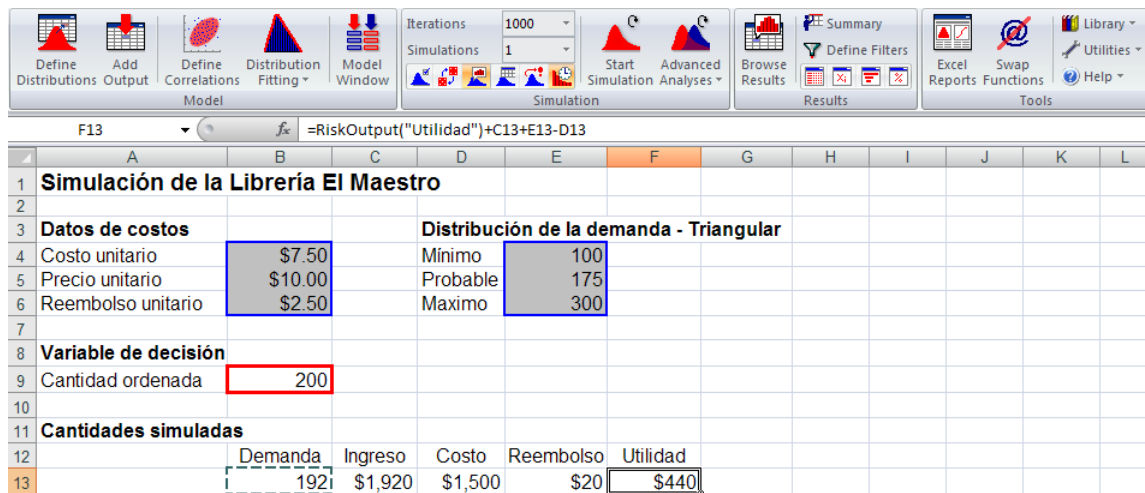


Figura 1.14 Modelo Librería El Maestro usando la media de la demanda

La media de una distribución triangular es el promedio de sus tres parámetros: $(100 + 175 + 300) / 3 = 191,67$. El modelo lo redondea a 192. Usando este valor medio para la entrada, la utilidad resultante es de \$ 440. Sin embargo, sabemos que en la ejecución de la simulación la utilidad esperada es de aproximadamente \$337. Esta es la falla de los promedios. La media de las utilidades que queremos, \$ 337, no es ni siquiera cercana a las utilidades que obtenemos mediante el uso de la demanda media en el modelo. En otras palabras, en una versión determinística de este modelo, uno que hace caso omiso de la incertidumbre y utiliza el valor medio de la demanda, da una estimación distorsionada de la utilidad.

¿Por qué la utilidad utilizando la demanda media podría ser tan diferente de la utilidad promedio simulada? La razón es esclarecedora. Estamos utilizando una cantidad de pedido 200 y la demanda media (redondeada) 192, es bastante cercana a la cantidad ordenada. Si la demanda fuera exactamente 192, la Librería El Maestro debería vender 192 calendarios, y tener sólo 8 sobrantes. Esto es casi tan buen escenario para El Maestro del que podemos esperar, habida cuenta de una cantidad de pedido 200. La demanda casi coincide con la oferta. Sin embargo, cuando se corre la simulación, la demanda puede variar ampliamente, y muchos de los escenarios simulados son considerablemente menos atractivos que el primero, donde la demanda es de 192. Esto explica por qué la media de la simulación de las utilidades es considerablemente inferior a las utilidades utilizando la media de la demanda.

Uso de RISKSIMTABLE

En el problema de la Librería El Maestro el objetivo final es elegir la cantidad de pedido que proporcione una utilidad promedio grande. Podemos volver a ejecutar el modelo de simulación varias veces, cada vez con una cantidad diferente de pedido, y comparar los resultados. Sin embargo, esto tiene dos inconvenientes. En primer lugar, se toma mucho tiempo y trabajo. El segundo inconveniente es más sutil. Cada vez que se ejecute la simulación, tendremos un conjunto diferente de demandas aleatorias. Por lo tanto, una de las cantidades de pedido podría ganar sólo por suerte. Para una comparación justa, se deben someterse a prueba cada cantidad de pedido ordenada con el mismo conjunto de demandas aleatorias.

La función RISKSIMTABLE en @RISK nos permite obtener una comparación equitativa de manera rápida y fácil. Ilustramos esta función en la Figura 1.15. (Ver el archivo El Maestro5.xls). Hay dos modificaciones al modelo anterior. La primera es que hemos listado las cantidades que queremos probar en la fila 9. (Hemos escogido estas cantidades de pedido como representativas. Usted podría cambiar, o añadir otras a esta lista.) En segundo lugar, en lugar de introducir un número en la celda B9, ingresamos la Fórmula:

=RISKSIMTABLE(D9:H9)

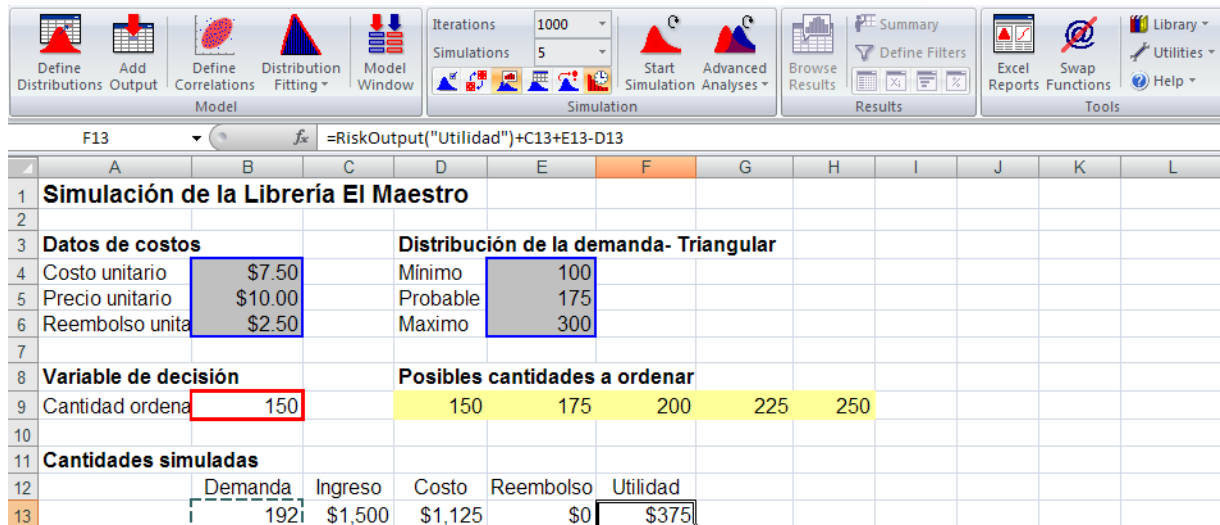


Figura 1.15 Modelo con función RISKSIMTABLE

Tenga en cuenta que la lista no tiene que ser introducida en la hoja de cálculo (aunque esta es una buena idea). Podríamos ingresar es su lugar la fórmula:

=RISKSIMTABLE({150,175,200,225,250})

Donde la lista de los números deben ser encerrados en llaves. En cualquier caso, la hoja de trabajo muestra el primer miembro de la lista, 150, y los correspondientes cálculos para esta primera cantidad de pedido. Sin embargo, el modelo está configurado para ejecutar la simulación para todas las cantidades de pedido de la lista.

Para ello, haga clic en el botón Configuración de simulación sobre la barra de herramientas @RISK y rellene el cuadro de diálogo de las repeticiones, como se muestra en la Figura 1.16. Concretamente, ingresar 1000 en el número de iteraciones y 5 para el número de simulaciones. @RISK a continuación ejecuta 5 simulaciones de 1000 iteraciones cada una, una simulación para cada cantidad de pedido en la lista, y utiliza las mismas 1000 demandas aleatorias en cada simulación.

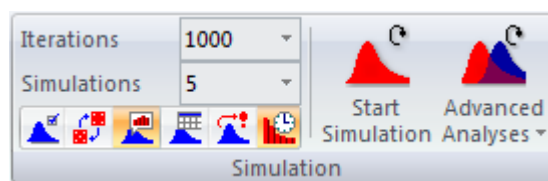


Figura 1.16 Opciones de simulación para múltiples simulaciones

Función RISKSIMTABLE de @RISK

Para ejecutar simultáneamente varias simulaciones ingresar la fórmula =RISKSIMTABLE (InputRange) en cualquier celda. En este sentido, InputRange se refiere a una lista de los valores a ser simulados, como las diversas cantidades a ordenar. Antes de ejecutar la simulación, asegúrese de que en la configuración de simulación, que el número de simulaciones sea igual al número de valores de la lista InputRange.

Después de ejecutar las simulaciones, el @RISK Report Window muestra los resultados de las 5 simulaciones. Por ejemplo, el informe detallado se muestra en la Figura 1.17. (También se dispone de una lista de detalles estadísticos de todas las simulaciones.) Las primeros cinco líneas

del resumen muestran las estadísticas de las utilidades para las 5 cantidades de la lista. Es evidente que las cantidades de 225 o 250 (simulaciones # 4 y # 5) no son muy buenas, y una orden por la cantidad de 175 (simulación # 2) conduce a la utilidad de mayor media. Sin embargo, la decisión aún no es completamente evidente. Los tres primeros significan utilidades bastante cercanas, pero hay más potencial de grandes pérdidas y grandes ganancias si usamos una cantidad de pedido de por ejemplo 175 en lugar de 150.

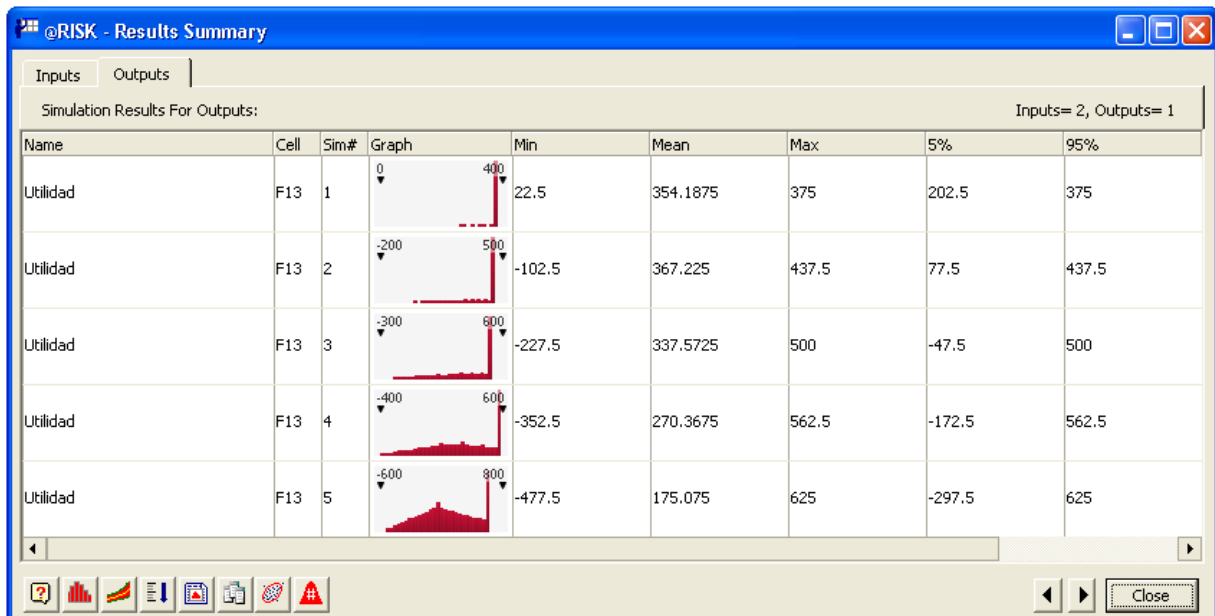
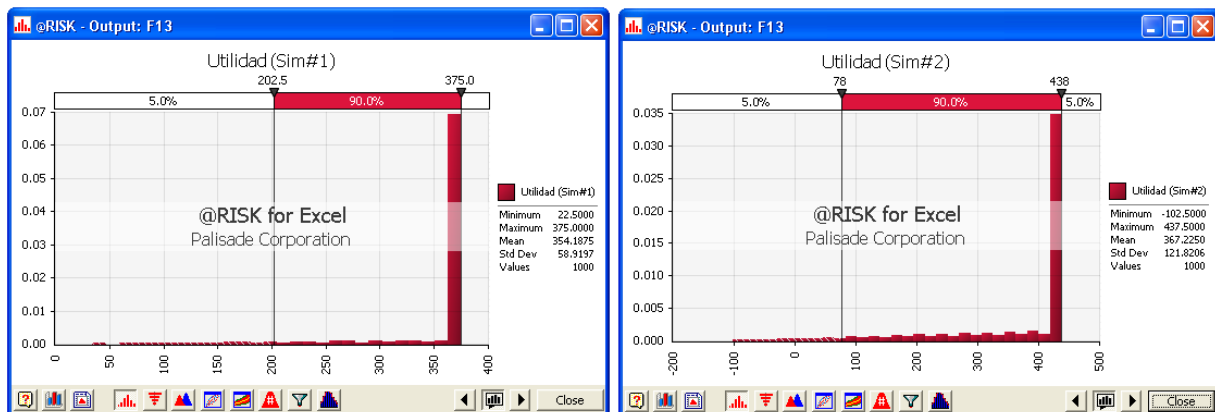


Figura 1.17 Resumen estadístico de las cinco simulaciones

Se pueden obtener histogramas separados de las utilidades de cada simulación para tener mayor claridad en la decisión. De hecho, tendremos estos histogramas en la hoja de cálculo si previamente resaltamos la celda resultado y usamos la opción Browse Results y a continuación seleccionamos la simulación a mostrar. Los histogramas para las órdenes de pedido por 150, 175, y 200 unidades se muestran en la Figura 1.18. Estos histogramas indican que la distribución de las utilidades son extremadamente desiguales para cada una de estas cantidades, y es ligeramente más extendido cuando la cantidad de pedido aumenta. Si el administrador de la Librería El Maestro decide irse totalmente de acuerdo con el valor promedio de las utilidades, va ha elegir una cantidad de pedido de 175. Sin embargo, la información de estos histogramas y su percepción del riesgo, podría hacer que él elija otra cantidad de pedido.



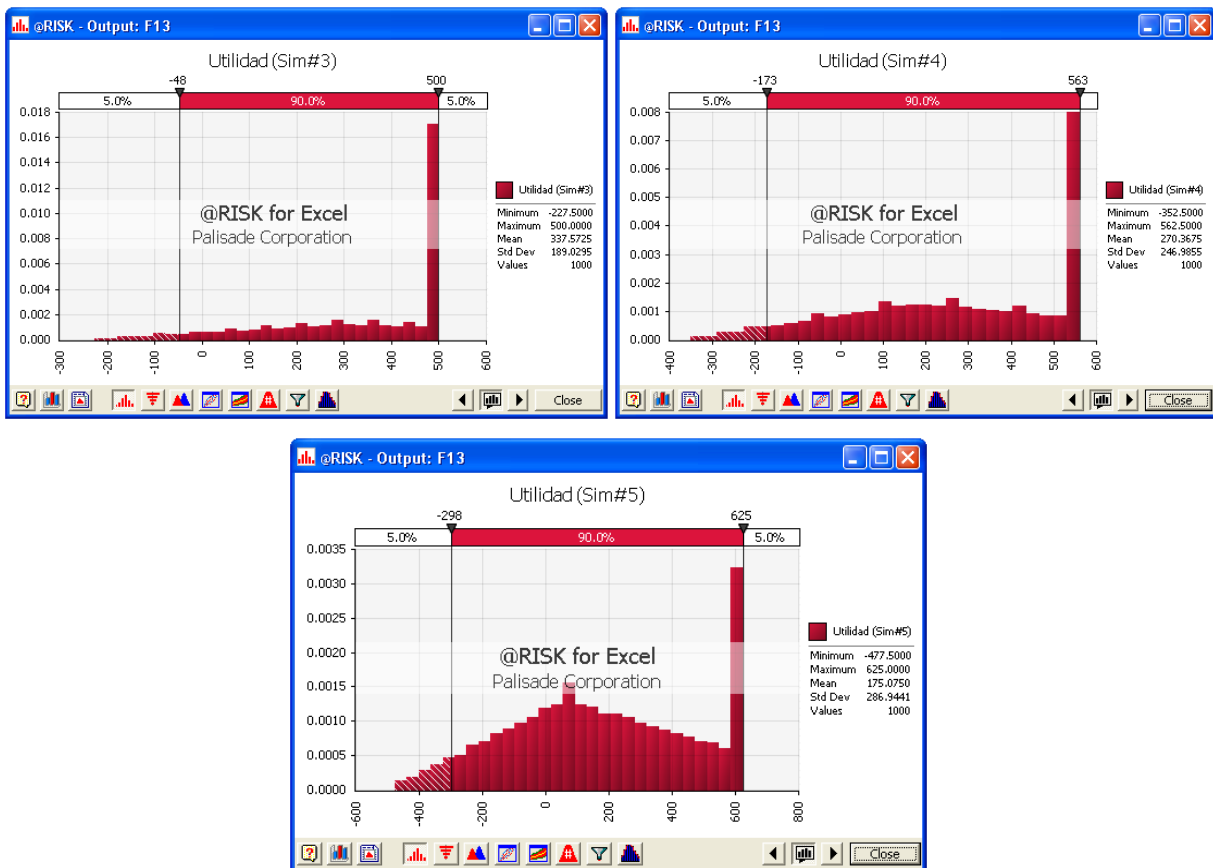


Figura 1.18 Histograma de utilidades de las cinco cantidades de pedido

Algunas limitaciones de @RISK.

La versión educativa de @RISK tiene algunas limitaciones que Usted debe ser consciente.

- El modelo de simulación debe estar contenida en un único libro con un máximo de cuatro hojas, y cada hoja de cálculo está limitado a 300 filas y 100 columnas.
- El número de entradas de las funciones de distribución de probabilidades @RISK, tales como. RISKNORMAL, se limita a 100.
- El número de iteraciones se limita a 1000. Usted puede solicitar más de 1000, aceptando la opción de continuar después de cada 1000 iteraciones.

La primera limitación no debe causar problemas, al menos no para modelos de los tamaños descritos. Sin embargo, instamos a cerrar todos los otros libros cuando está ejecutando un modelo de simulación @RISK, sobre todo si también contienen funciones @RISK. La segunda limitación puede ser un problema, especialmente en problemas multiperiodo. Por ejemplo, si usted realiza la simulación de 52 semanas de un año, y cada semana requiere de dos entradas aleatorias, ya está sobre el límite de 100 funciones por modelo. Una forma de evitar esto es utilizar la construcción en funciones Excel para las entradas aleatorias en lugar de funciones @RISK cuando sea posible. Por ejemplo, si desea generar el resultado del lanzamiento de una moneda no cargada, la fórmula =SI(ALEATORIO()<0.5,"Cara","Sello"), funciona también con la fórmula =IF(RISKUNIFORM(0,1)<0.5,"Cara","Sello"), pero no se cuenta dentro del límite de 100 funciones por modelo.

Modelos @RISK con varias variables de entrada aleatorias

Llegamos a la conclusión de esta sección con una modificación en el ejemplo de la Librería El Maestro. Hasta ahora ha habido una sola variable aleatoria, la demanda. A menudo, existen varias variables aleatorias, cada una reflejando cierta incertidumbre, y queremos incluirlas en el modelo de simulación. El siguiente ejemplo ilustra cómo se puede hacer esto, y también ilustra una característica muy útil de @RISK, su análisis de sensibilidad.

Incertidumbre adicional en la Librería El Maestro

Como en el anterior ejemplo de Librería El Maestro, El Maestro necesita realizar un pedido para el próximo año calendario. Nosotros continuamos suponiendo que los calendarios se venden por \$ 10, y la demanda de los calendarios a este precio están distribuidos triangularmente con un mínimo de valor, el valor más probable, y el máximo valor iguales a 100, 175 y 300, respectivamente. Sin embargo, en la actualidad hay otras dos fuentes de incertidumbre. En primer lugar, el número máximo de calendarios que el proveedor puede suministrar a El Maestro es incierto y está modelado con una distribución triangular. Sus parámetros son 125 (como mínimo), 200 (más probable), y 250 (como máximo). Cuando El Maestro realiza un pedido, el proveedor establece cargos de \$7,50 dólares por calendario, si puede abastecer todo el pedido. En caso contrario, los cargos sólo son \$7,25 por calendario. En segundo lugar, si no se venden los calendarios ya no pueden ser devueltos al proveedor para un reembolso. En lugar de ello, El Maestro pone a la venta cada uno por \$5 después del 1º de febrero. A este precio, El Maestro cree que la demanda para el resto de los calendarios tiene una distribución triangular con parámetros 0, 50, y 75. Aún más, de tener cualquier calendario posterior a la fecha 1º de marzo, este no podrá ser vendido, resultando en pérdida total del calendario. El Maestro realizará un pedido de 200 calendarios y quiere utilizar la simulación para analizar las utilidades resultantes.

Solución

Como siempre, en primer lugar hay que desarrollar el modelo. Entonces, se puede ejecutar la simulación con @RISK y examinar los resultados.

Desarrollando el modelo de simulación

El modelo terminado se muestra en la Figura 1.19 (Vea el archivo El Maestro6.xls.) El modelo requiere un poco más de lógica que el anterior modelo de El Maestro. Puede ser desarrollado con los siguientes pasos:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Simulación de la Librería El Maestro								
2	Datos de costos			Distribución de la demanda- Triangular					
3	Costo unitario 1	\$7.50			Precio normal	Precio remate			
4	Costo unitario 2	\$7.25		Mínimo	100	0			
5	Precio normal	\$10.00		Probable	175	50			
6	Precio remate	\$5.00		Maximo	300	75			
7									
8									
9	Variable de decisión			Distribución del abastecimiento: Triangular					
10	Cantidad ordenada	200		Mínimo	125				
11				Probable	200				
12				Maximo	250				
13									
14	Cantidades simuladas			A precio normal			A precio de remate		
15	Abastecimiento max.	Abast. Real	Costo	Demanda normal	Ingreso	Saldo	Demanda saldos	Ingreso	Utilidad
16	192	192	\$1,392	192	\$1,920	0	42	0	\$528

Figura 1.19 Modelo de simulación @RISK con tres entradas aleatorias

Datos de entrada Aleatorios. Hay tres datos de entrada aleatorios en este modelo: lo máximo que el proveedor puede suministrar a El Maestro, la demanda de los clientes cuando el precio de venta es de \$10, y la demanda de los clientes para la venta de los calendarios remanentes. Generar estos valores en las celdas A16, D16, y G16 (con la función redondeo para obtener números enteros) con la función RISKTRIANG, en concreto, las fórmulas en las celdas A16, D16, y el G16 son:

=REDONDEAR(RISKTRIANG(E10,E11,E12),0),

=REDONDEAR(RISKTRIANG(E4,E5,E6),0), y

=REDONDEAR(RISKTRIANG(F4,F5,F5),0)

Tenga en cuenta que en la celda G16, se genera la demanda aleatoria potencial para la venta de los calendarios en remate, aunque tal vez no haya saldos de calendarios para poner a la venta.

Oferta actual. El número de calendarios suministrado a El Maestro es el mínimo entre la orden de pedido y el máximo que el proveedor puede ofrecer. Calcular este valor en la celda B16 con la fórmula

=MIN(A16,B10).

Costo del pedido. Si el proveedor no puede abastecer todo el pedido, El Maestro consigue el precio reducido \$7.25. En caso contrario, El Maestro debe pagar \$7.50 por calendario. Por lo tanto, el costo total de pedido en C16 lo da la fórmula

=SI(A16>=B10,B3,B4)*B16

Otras cantidades. El resto del modelo es sencillo. Calcular los ingresos procedentes de precios regulares de venta en la celda E16 con la fórmula:

=B5*MIN(B16,D16)

Calcular el número de saldos después de la venta a precio regular en la celda F16 con la fórmula

=MAX(B16-D16,0) o =SI(B16>D16,B16-D16,0)

Calcular los ingresos por venta de los saldos en la celda H16 con la fórmula:

=B6*MIN(F16,G16)

Por último, calcular las utilidades y designar como una celda de resultado para @RISK la celda I16 con la fórmula

=RISKOUTPUT("Utilidad")+E16+H16-C16

También podríamos designar a otras celdas (celda de los ingresos, por ejemplo) como las celdas de resultados, pero hemos optado por tener una sola celda resultado, utilidad.

Ejecutando la Simulación

Como siempre, los próximos pasos son para especificar la configuración de la simulación (que escogimos 1000 iteraciones y 1 simulación), especificar la configuración del reporte (se utilizó el mismo que en el ejemplo anterior), y ejecutar la simulación. Es importante darse cuenta de lo que @RISK realiza cuando se ejecuta una simulación con varias celdas de entrada aleatorias. Para cada iteración, @RISK genera un valor aleatorio para cada variable de entrada independiente de las demás. En este ejemplo, genera un máximo de abastecimiento en la celda A16 a partir de una distribución triangular, genera un precio normal para la demanda en la celda D16 de otra distribución triangular, y genera una demanda para las ventas a precio de remate en la celda G16 desde una tercera distribución triangular. Con estos valores de entrada @RISK calculara la utilidad.

Discusión de los resultados de la simulación

Selección de los resultados se dan en las figuras 1.20.a, 1.20.b y 1.21. En ellos se indica una utilidad media de \$ 396, un percentil 5% de \$ 60, un percentil 95% de \$ 528, y una distribución de las utilidades que es una vez más sesgada a la izquierda.

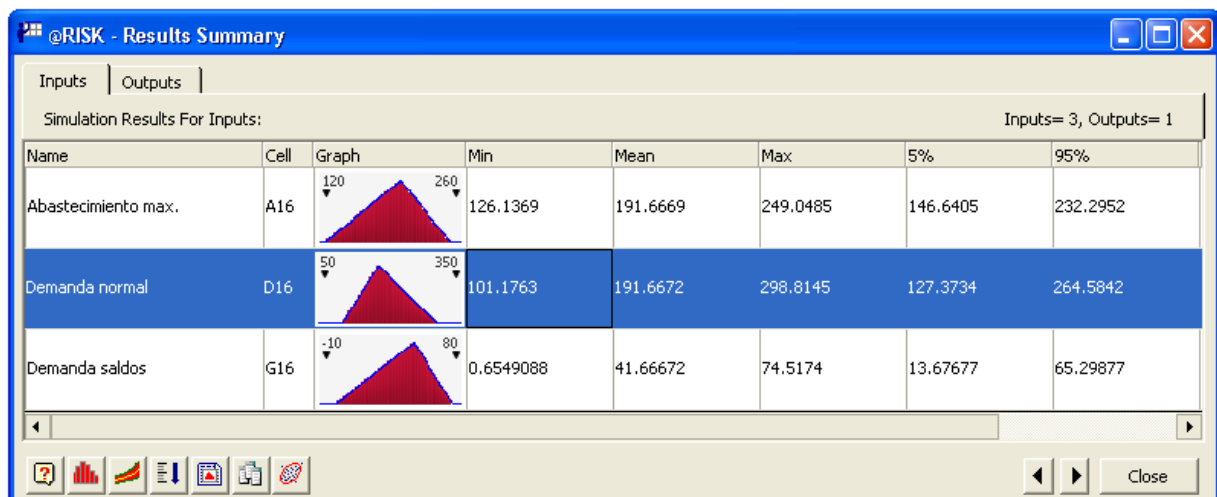


Figura 1.20.a @RISK Resultados de la simulación de las entradas

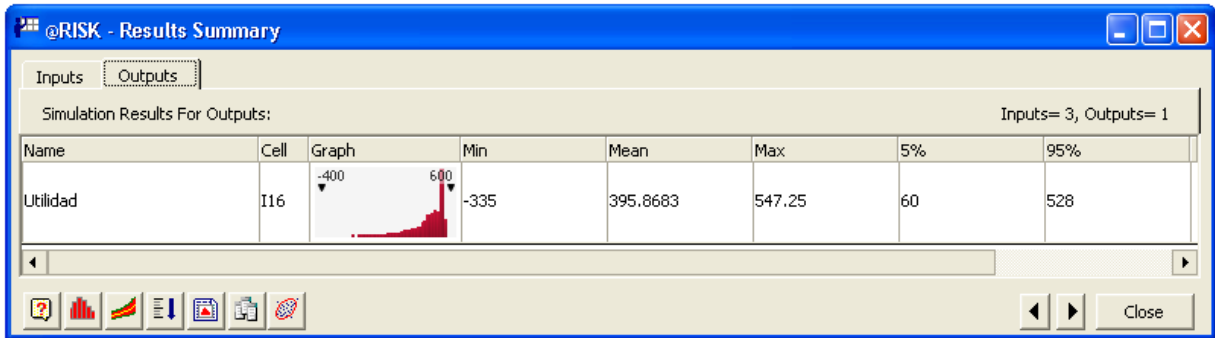


Figura 1.20.b @RISK Resultados de la simulación de las salidas

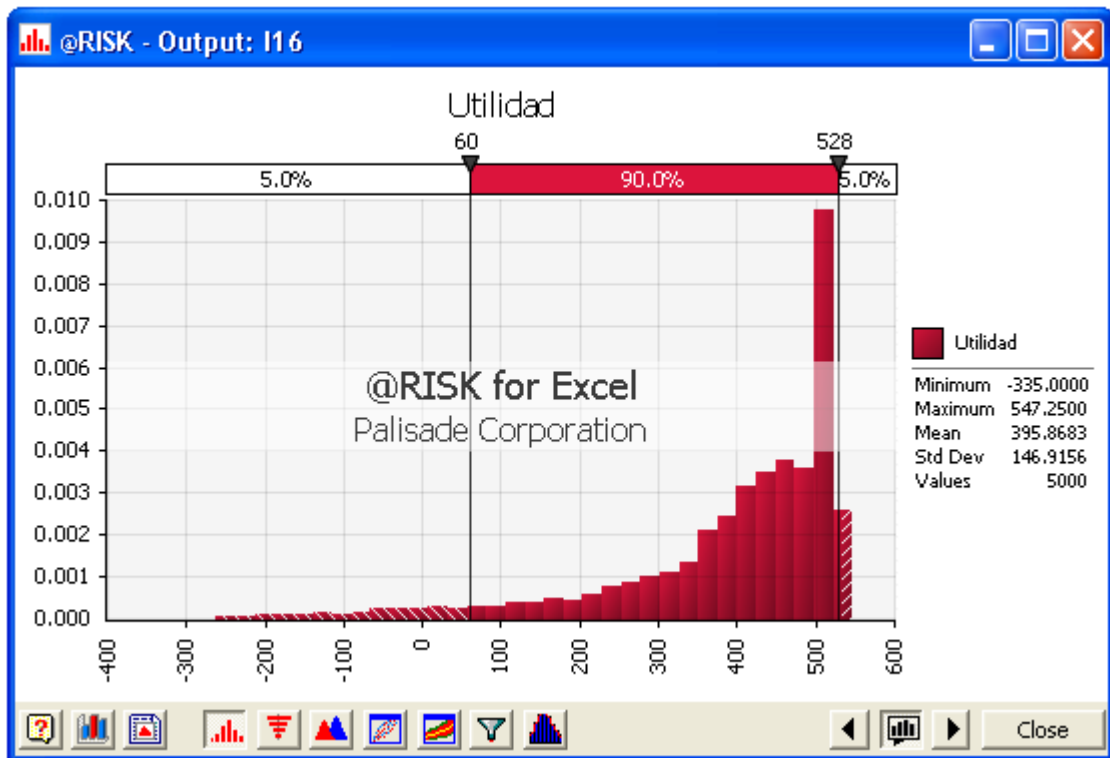


Figura 1.21 Histograma de simulación de utilidades

Análisis de sensibilidad

Ahora demostraremos una característica de @RISK que resulta especialmente útil cuando hay varias celdas de entrada aleatorias. Esta característica que nos permite ver cuáles de estas entradas es la más relacionada o correlaciona con la celda resultado. Para realizar este análisis, elegir correlación de coeficientes al seleccionar Tipo de Gráfico de Tornado de la barra de @RISK de Browse Results. En el cuadro de diálogo respectivo, seleccione “Correlation Coefficients” de la lista desplegable de la derecha. Esto produce los resultados en la Figura 1.22

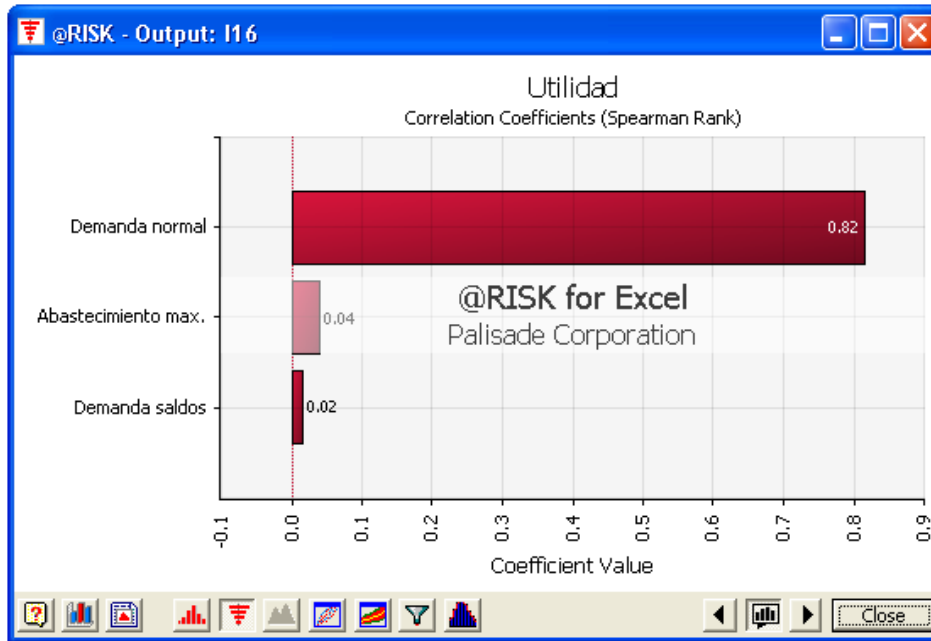


Figura 1.22 Gráfico Tornado del análisis de sensibilidad

(La opción de regresión produce resultados similares, pero la correlación es probablemente la opción más fácil de entender.)

Esta figura muestra gráfica y numéricamente cómo cada uno de las entradas aleatorias se correlacionan con las utilidades: cuanto más alto es la magnitud de la correlación, más fuerte es la relación entre esa entrada y la utilidad. En este sentido, vemos que el precio regular de la demanda tiene el mayor efecto en las utilidades. Los otros dos datos de entrada, el máxima suministro y la demanda de venta de saldos, son casi no correlacionados con las utilidades, por lo que son mucho menos importantes. La identificación de las variables de entrada importantes es primordial en las aplicaciones reales. Si una entrada aleatoria se encuentra altamente correlacionada con un resultado importante, entonces tal vez valga la pena el tiempo y el dinero para aprender más acerca de esta variable de entrada y, posiblemente, reducir su incertidumbre.

Los efectos de las distribuciones de los datos de entradas en los resultados

La aleatoriedad en las variables de entrada causa la variabilidad en las variables de resultado. Ahora analizaremos brevemente si la elección de las distribuciones de las variables de entrada hace mucha diferencia en la distribución de una variable de resultado como la de utilidades. Esta es una cuestión importante. Si la elección de las distribuciones de las variables de entrada no importa mucho, entonces no es necesario esforzarse en esta elección. Sin embargo, si existe una diferencia, entonces tenemos que ser más cuidadosos para elegir adecuadamente la distribución en cualquier problema. Lamentablemente, es imposible responder a la cuestión definitivamente. Lo mejor que se puede decir en general es que depende. Algunos modelos son más sensibles a los cambios en la forma o los parámetros de las entradas con distribuciones que otros. Sin embargo, la cuestión es que vale la pena explorar.

Se discuten dos tipos de análisis de sensibilidad en esta sección. En primer lugar, veremos si la forma de la distribución de los datos de entrada es importante. En el ejemplo de la librería El Maestro, hemos estado asumiendo una demanda de distribución triangular con algunas asimetrías. ¿Obtendremos básicamente los mismos resultados si intentamos otras distribuciones

de los datos de entrada, tales como la distribución normal?. En segundo lugar, veremos si la *independencia* de las variables de entrada es crucial para las variables de resultado. Muchas variables aleatorias en situaciones reales no son independientes; están correlacionadas positiva o negativamente. Afortunadamente, @RISK nos permite construir correlaciones dentro del modelo. Analizaremos el efecto de estas correlaciones.

Efecto de la forma de las distribuciones de los datos de entrada.

En primer lugar, estudiaremos el efecto de la forma de las distribuciones de los datos de entrada. Como el siguiente ejemplo indica, si hacemos una comparación "justa", la forma de la distribución puede tener un efecto relativamente menor.

Ejemplo: Efecto de la distribución de la demanda en la Librería El Maestro

Continuaremos estudiando la demanda de calendarios en la Librería El Maestro. Mantenemos el mismo costo unitario, precio por unidad, precio unitario de remate como en el ejemplo anterior. Sin embargo, en este ejemplo, hemos utilizado una distribución triangular de la demanda con los parámetros de 100, 175 y 300. Asumiendo que El Maestro ordena un pedido de 200 calendarios, ¿la distribución de las utilidades se verá afectada si en lugar de utilizar una distribución triangular para la demanda utilizamos una distribución normal?

Solución

En este tipo de análisis, es importante hacer una comparación equitativa. Cuando seleccionamos una distribución normal para la demanda, hay que elegir una media y desviación estándar. ¿Qué valores hay que elegir? Parece justo elegir la misma media y desviación estándar de la distribución triangular. Para encontrar la media y desviación estándar de una distribución triangular con determinado mínimo, más probable, y valores máximos, podemos usar @RISK Define Distributions.

Abrir @RISK Define Distributions, seleccione la distribución triangular, e ingresar los parámetros 100, 175 y 300. El panel de la derecha indica que la media y desviación estándar son 191,67 y 41,248, respectivamente (Ver Figura 1.23.a). Por lo tanto, para una justa comparación, usamos la distribución normal con media de 191,67 y desviación estándar de 41,248. De hecho, Define Distributions nos permite ver una comparación de estas dos distribuciones, como en la Figura 1.23.b Para obtener esta tabla, haga clic en el botón Add Overlay de Define Distributions, seleccione la distribución normal de la galería, e ingresar los valores 191,6667 y 41,2479 como su media y desviación estándar.

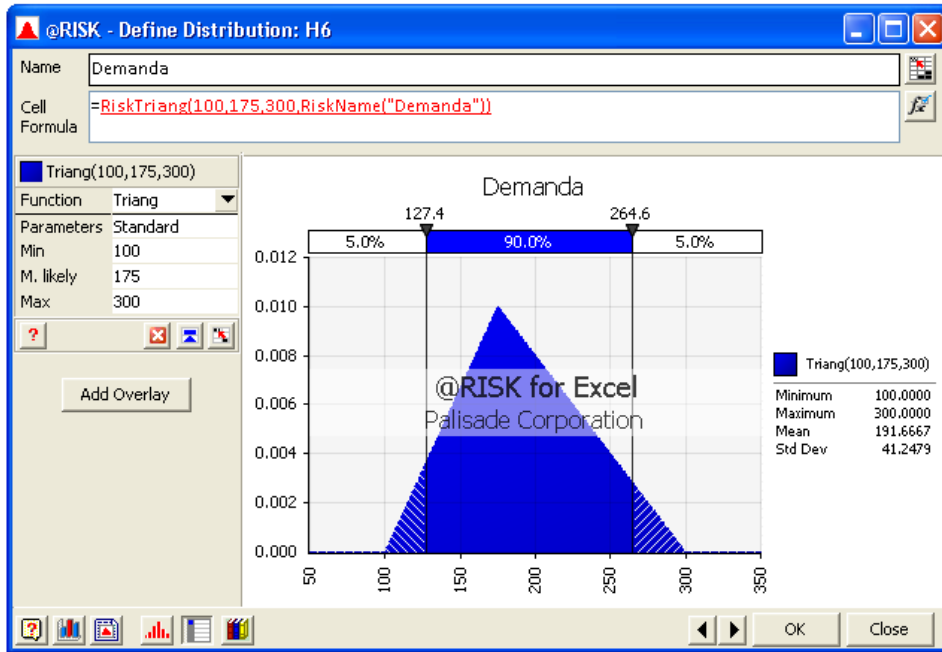


Figura 1.23.a Distribución Triangular de la demanda

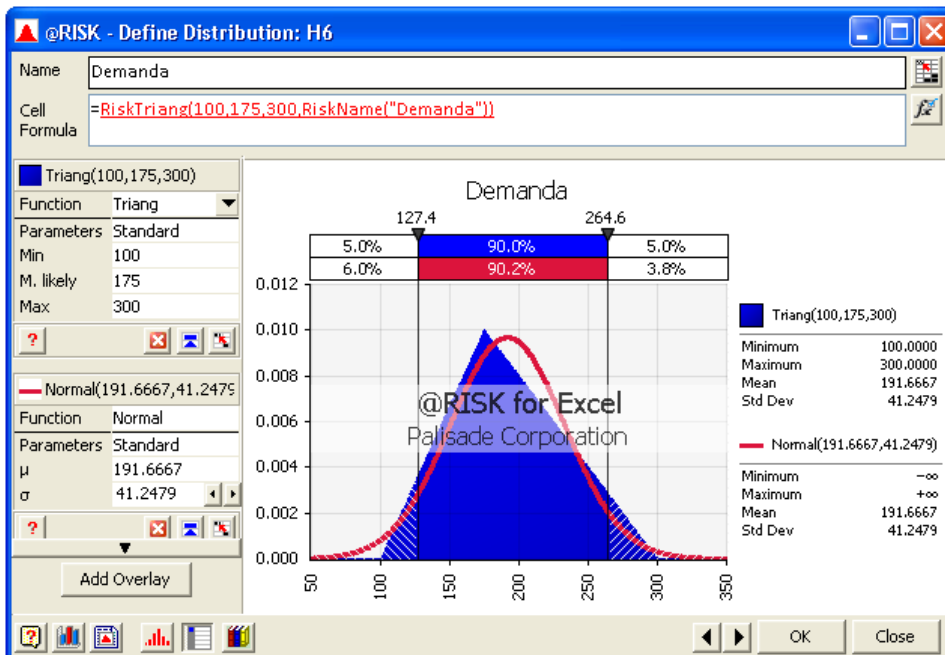


Figura 1.23b Distribución Triangular y Normal de la demanda

Desarrollando el modelo de simulación

La lógica de este modelo es casi exactamente la misma que antes. (Ver Figura 1.24 y el archivo El Maestro7.xls.) Sin embargo, el uso inteligente de la función RISKSIMTABLE nos permitirá ejecutar dos simulaciones a la vez, una para la distribución triangular y otra para la distribución normal. Los dos pasos son los siguientes:

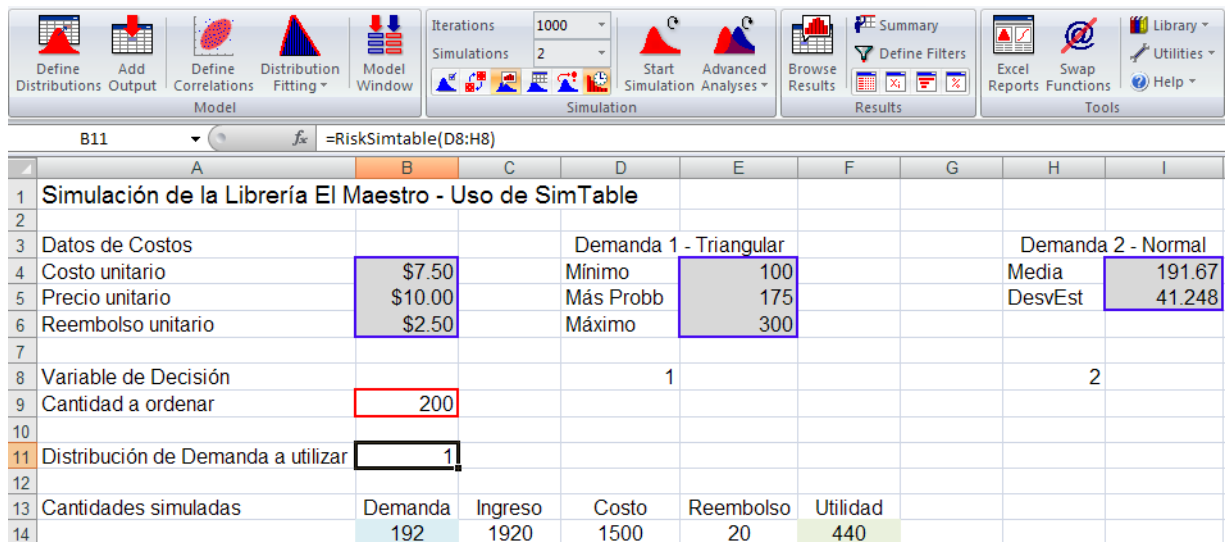


Figura 1.24 Modelo para comparar dos distribuciones

Función RISKSIMTABLE. Indexamos las dos distribuciones como 1 y 2. Para indicar que deseamos ejecutar la simulación con ambos, introducir la fórmula:

=RISKSIMTABLE({1,2})

en la celda B11. Tenga en cuenta que al ingresar números reales en esta función, en lugar de referencias a celdas, @RISK nos obliga a poner llaves conteniendo la lista de números.

Demanda. Cuando el valor en la celda B11 es de 1, queremos que la distribución de la demanda sea triangular. Cuando es 2, queremos que la distribución sea normal. Por lo tanto, ingresar la fórmula:

=REDONDEAR(SI(B11=1,RISKTRIANG(E4,E5,E6),RISKNORMAL(I4,I5)),0)

en la celda B14. Una vez más, el efecto es que la primera simulación utiliza la distribución triangular, y la segunda utiliza la distribución normal.

Ejecutar la simulación

Lo único que hay que hacer en @RISK es cambiar en la configuración el número de simulaciones. Ahora debe ser fijado en 2, el número de valores en la fórmula RISKSIMTABLE. Aparte de esto, se corre la simulación exactamente como antes.

Discusión de los resultados de la simulación

La comparación se muestra numéricamente en la Figura 1.25 y gráficamente en la Figura 1.26. Como vemos, hay más probabilidad de utilidades más bajas cuando la distribución de la demanda es normal, mientras que en cada simulación resulta la misma utilidad máxima. Ambos resultados tienen sentido. La distribución normal, siendo no acotada por la izquierda, permite una demanda muy baja, y estas demandas bajas ocasionales dan como resultado utilidades muy bajas. Por otro lado, para El Maestro la máxima utilidad es de \$ 500, independientemente de la distribución de los datos de entrada (dado que se permiten demandas mayores a las cantidades de pedido). Esto ocurre cuando El Maestro vende todo lo que ha ordenado, en cuyo caso el exceso de demanda no tiene ningún efecto sobre la utilidad.

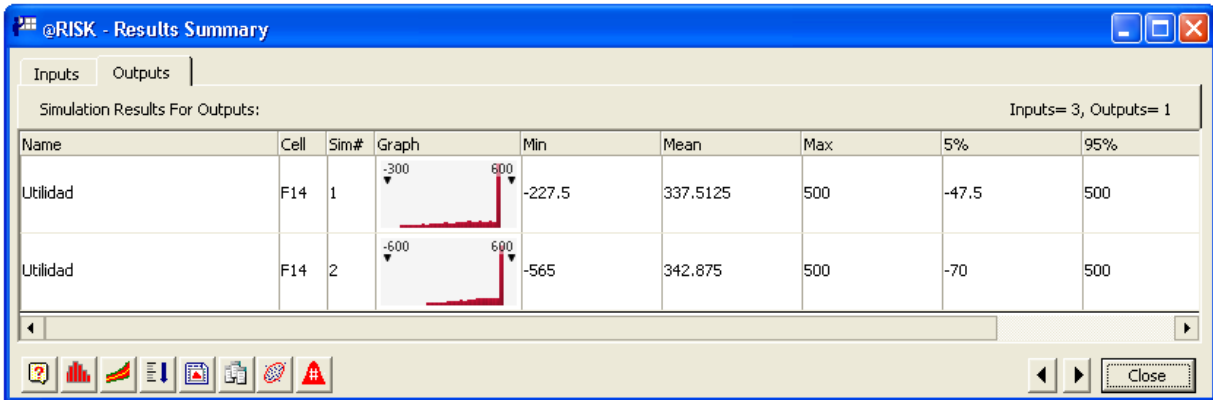


Figura 1.25 Resumen de resultados para la comparación

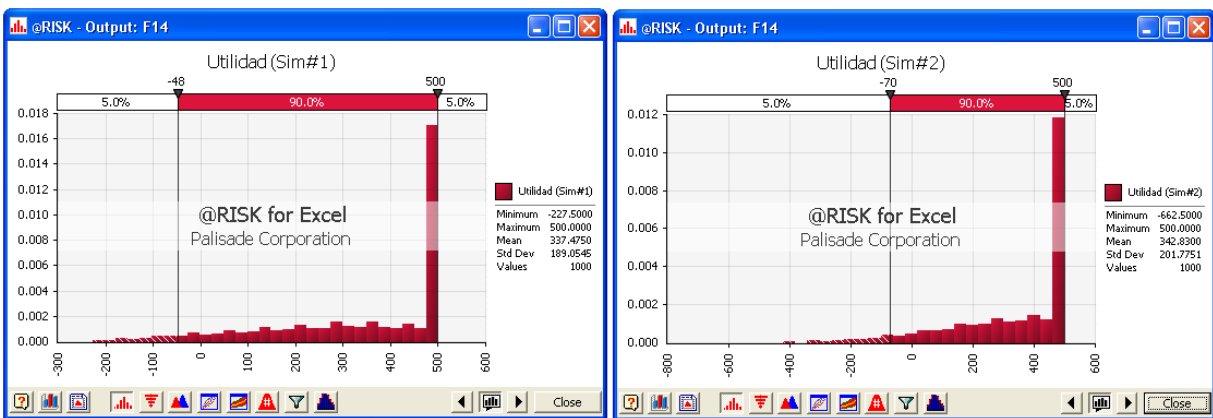


Figura 1.26 Gráfica de resultados para la comparación

Sin embargo, la distribución de utilidades en este modelo no es muy afectada por la elección de la distribución de la demanda, al menos no cuando (1) la distribución alternativa de los datos de entrada tiene la misma media y desviación estándar, y (2) sus formas (de las distribuciones) no son demasiado diferentes. Esta conclusión general sobre la no sensibilidad de las distribuciones de los resultados a las formas de las distribuciones de los datos de entrada puede hacerse probablemente en muchos modelos de simulación. Sin embargo, es siempre provechoso hacer un chequeo, como lo hemos hecho, sobre todo si se trata de sumas importantes de dinero.

Forma de la distribución del resultado

Predecir la forma de la distribución del resultado a partir de las formas de las distribuciones de los datos de entrada es difícil. Por ejemplo, los datos de entrada con distribución normal no necesariamente producen resultados con distribución normal. También es difícil predecir cuán sensible es la forma de la distribución del resultado a la forma de la distribución de los datos de entradas.

Por ejemplo, datos de entrada con distribuciones triangulares y normales (con la misma media y desviación estándar) es probable que produzcan distribuciones similares en las variables de resultado, pero pueden haber diferencias, por ejemplo, en las colas de las distribuciones de las variables de resultado. En cualquier caso, se debe examinar todos los resultados de la distribución de variable de salida cuidadosamente, no sólo sus resúmenes.

Efecto de la correlación en las variables de entrada

Hasta ahora, todos los números aleatorios que hemos generado con funciones @RISK han sido probabilísticamente independientes. Esto significa, por ejemplo, que si un valor aleatorio en una celda es mucho más grande que su media, no tendrá efecto en los valores aleatorios de otras celdas, es decir, no serían influenciados a ser anormalmente grandes o pequeños que si el primer valor fuera cercano a su media o inferior a su media.

Sin embargo, a veces esta independencia no es realista. En vez de eso, los números aleatorios deben estar correlacionados de alguna forma. Si están correlacionados positivamente, un número grande tiende a ir con un número grande, y números pequeños tienden a ir con números pequeños. Si están correlacionados negativamente, un número grande tienden a ir con los pequeños, y pequeñas cantidades con grandes cantidades. Como ejemplo, podríamos esperar que los cambios diarios de los precios de las acciones de dos empresas del mismo sector estén correlacionados positivamente. Si el precio de una compañía petrolera aumenta, el precio de otra empresa de petróleo probablemente tienda a aumentar también. @RISK nos permite construir este comportamiento correlacionado con la función RISKCORRMAT, como se ilustra en la siguiente variación del ejemplo El Maestro.

Demandas Correlacionadas para dos Calendarios de la Librería El Maestro

Supongamos que Librería El Maestro debe ordenar dos diferentes calendarios. Para simplificar el ejemplo, suponemos que cada uno de los calendarios tiene el mismo costo por unidad, precio de venta unitario y valor de reembolso como en los anteriores ejemplos. Además, asumimos que cada uno tiene una distribución triangular de demanda con los parámetros de 100, 175 y 300. Sin embargo, ahora se asume que son productos sustitutos, tal que sus demandas están negativamente correlacionadas. Esto significa que si un cliente compra un calendario, es casi seguro que no comprará el otro. Específicamente asumiremos una correlación de -0,9 entre las dos demandas. ¿Cómo afectará esta correlación la distribución de utilidades, en relación a la situación anterior en la que las demandas son no correlacionadas (correlación 0) o positivamente muy correlacionada (correlación 0,9)?

Solución

La clave para la construcción de correlación en @RISK es la función RISKCORRMAT (matriz de correlación). Para utilizar esta función, se debe incluir una matriz de correlación en el modelo, como se muestra en el rango J5:K6 de la Figura 1.27. (Ver el archivo El Maestro8.xls.) Una matriz de correlación siempre tiene 1 a lo largo de su diagonal (porque una variable siempre estará perfectamente correlacionada consigo misma) y las correlaciones entre las variables en el resto de la matriz. Además, la matriz siempre es simétrica, de modo que las correlaciones por encima de la diagonal son un reflejo exacto de las que están por debajo. (Obligamos esto ingresando la fórmula = J6 en la celda K5).

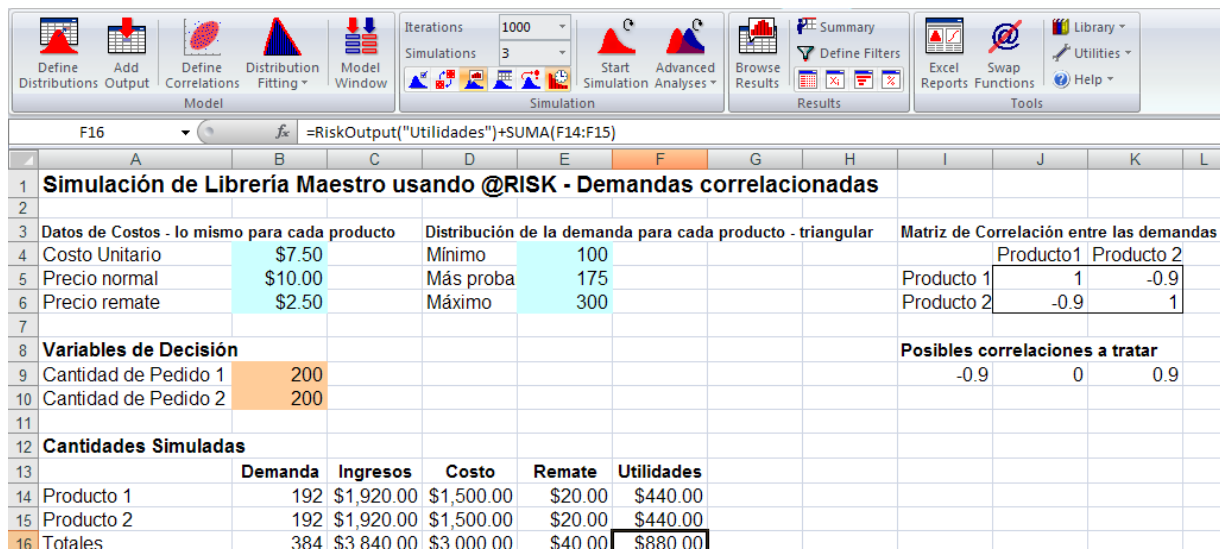


Figura 1.27 Modelo de simulación con correlación

Para introducir valores aleatorios en las celdas que están correlacionadas, empezamos con una típica fórmula @RISK, tal como

`=RISKTRIANG(E4,E5,E6)`

Luego añadimos un argumento adicional, la función RISKCORRMAT, de la siguiente manera:

`=RISKTRIANG(E4,E5,E6,RISKCORRMAT(J5:K6,1))`

El primer argumento de la función RISKCORRMAT es la matriz de correlación. El segundo es el índice de la variable. En este caso, la primera demanda de calendarios tiene el índice 1, y la segunda el índice 2.

Función @RISK: RISKCORRMAT

Esta función nos permite correlacionar dos o más variables de entrada en un modelo de @RISK. La función tiene la forma RISKCORRMAT(CorrMat, índice), donde CorrMat es una matriz de correlación y el índice es un índice de la variable que se correlaciona a los demás. Por ejemplo, si hay tres variables correlacionadas, 1 es el Índice de la primera variable, 2 para la segunda, y 3 para la tercera. La función RISKCORRMAT no se ingresa sola. Por el contrario, es introducida como el último argumento de las funciones @RISK aleatorias, tales como

`=RISKTRIANG(10,15,30,RISKCORRMAT(CorrMat, 2))`.

Desarrollando el modelo de Simulación

Con el conocimiento anterior, el modelo de simulación en la Figura 1.27 es sencillo de armar. Puede hacerse de la siguiente manera:

Datos de entrada. Ingrese las entradas en los rangos sombreados en las columnas B y E.

Matriz de correlación. Para la matriz de correlación en el rango J5:K6, entrar 1 en la diagonal, e introduzca la fórmula `=J6` en la celda K5. Debido a que queremos comparar los resultados de varias correlaciones (los del rango I9:K9), introduzca la fórmula

`=RISKSIMTABLE(I9:K9)`

en la celda J6. Esto nos permite al mismo tiempo simular demandas correlacionadas negativamente, demandas no correlacionadas, y demandas correlacionadas positivamente.

Cantidades ordenadas. Asumimos que la empresa ordena el mismo número de cada calendario, 200, por lo que introducimos este valor en las celdas B9 y B10. Sin embargo, la simulación está configurada de modo que se pueda experimentar con cualquier cantidad de pedido en estas celdas, incluyendo cantidades diferentes.

Demandas Correlacionadas. Generar demandas correlacionadas mediante la introducción de la fórmula:

=REDONDEAR(RISKTRIANG(E4,E5,E6,RISKCORRMAT(J5:K6,1)),0)

en la celda B14 para la demanda 1 y la fórmula:

=REDONDEAR(RISKTRIANG(E4,E5,E6,RISKCORRMAT(J5:K6,2)),0)

en la celda B15 para la demanda 2. La única diferencia entre estas fórmulas es el índice de la variable que se genera. La primera tiene índice 1; y la segunda tiene índice 2.

Otras fórmulas. Las otras fórmulas en las filas 14 y 15 son idénticas a las desarrolladas en los ejemplos anteriores, por lo que no se discutirán de nuevo aquí. Las cantidades de la fila 16 son simplemente sumas de las filas 14 y 15. Además, el único resultado @RISK especificado es el total de utilidades en la celda F16.

Ejecutando la Simulación. Inicializamos y ejecutamos @RISK exactamente como antes. Para este ejemplo, establecemos el número de iteraciones en 1000 y el número de simulaciones a 3 (porque estamos tratando tres diferentes correlaciones).

Discusión de los Resultados de la simulación

En las figuras 1.28 y 1.29 mostramos algunos resultados. Probablemente se sorprenda al ver que la media de utilidad total es la misma, independientemente de las correlaciones. Esto no es una coincidencia. En cada una de las tres simulaciones, @RISK utiliza los mismos números aleatorios, pero "barajados" en diferente orden para obtener la correlación correcta. Esto significa que los promedios no se ven afectados. (La idea es que la media de los números 30, 26, y 48 es la misma que la media de los números 48, 30, y 26).

Sin embargo, la correlación tiene un efecto sobre la *distribución* de la utilidad total. Podemos ver esto en la Figura 1.28, cuando la desviación estándar de la utilidad total aumenta a medida que la correlación va de negativo a cero y luego a positivo. Este mismo aumento en la variabilidad es evidente en los histogramas en la figura 1.29. ¿Ve usted intuitivamente por qué este aumento en la variabilidad se produce? Básicamente, es el efecto de "no ponga todos sus huevos en una canasta". Cuando la correlación es negativa, la demanda alta de un producto tiende a cancelar la demanda baja del otro producto, por lo que los extremos en las utilidades son poco frecuentes. Sin embargo, cuando la correlación es positiva, demandas altas en los dos productos tienden a ir juntas, como el caso de demandas bajas. Esto hace más probable utilidades extremas en cada lado.

Este mismo fenómeno ocurre si simulamos un portafolio de inversiones con dos acciones. Cuando las acciones están positivamente correlacionadas, el portafolio es más riesgoso (más variabilidad) que cuando están correlacionados negativamente. Por supuesto, esta es la razón por que a los inversionistas se les aconseja diversificar sus carteras.

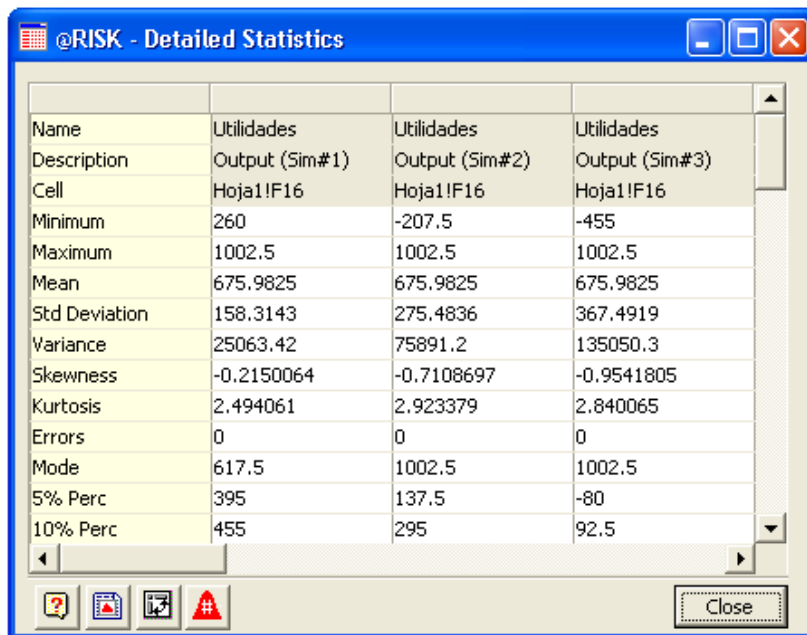


Figura 1.28 Resumen de resultados del modelo correlacionado

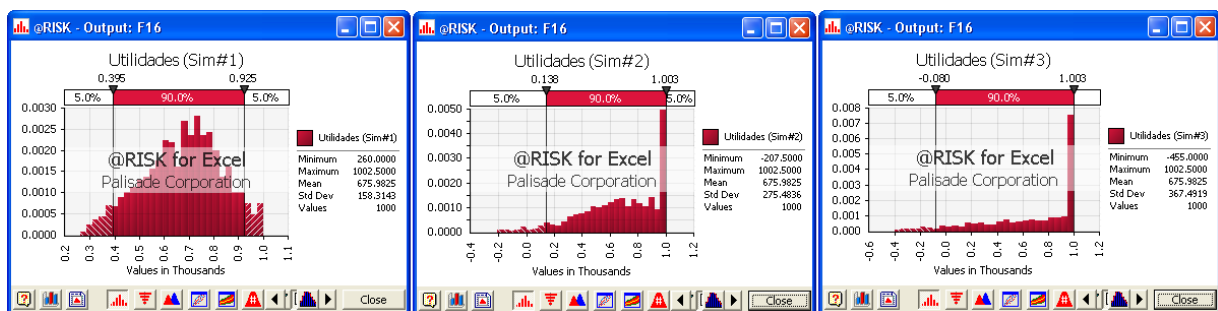


Figura 1.29 Gráfico de los Resultados para el modelo correlacionado

Concepto fundamental sobre datos de entrada correlacionados

Cuando se ingresan entradas aleatorias en un modelo @RISK de simulación y, a continuación se ejecuta la simulación, cada iteración independiente genera valores aleatorios para los datos de las entradas. Si usted sabe o sospecha que algunas de las entradas están positiva o negativamente correlacionados, debe construir la estructura de correlación en el modelo explícitamente con la función RISKCORRMAT. La función tal vez no cambia la media de un resultado, pero definitivamente podría afectar a la variabilidad y la forma de la distribución del resultado.

Aspectos de Modelación

Se ha ilustrado la función RISKCORRMAT con valores distribuidos triangularmente. Sin embargo, se puede usar con cualquier distribución de @RISK con RISKCORRMAT como su último argumento. Incluso podemos mezclarlas. Por ejemplo, suponiendo que CMat es el nombre del rango para una matriz de correlación de 2X2, podemos ingresar las fórmulas

=RISKNORMAL(10,2, RISKCORRMAT(CMat,1))

y

= RISKUNIFORM(100,200,RISKCORRMAT(CMat, 2))

Por ejemplo, dentro de las celdas A4 y B4, y a continuación copiar hacia abajo. En este caso @RISK genera una secuencia de números aleatorios distribuidos normalmente en la columna A y otra secuencia de números aleatorios distribuidos uniformemente en la columna B. Luego, los baraja de una forma compleja hasta que la correlación sea aproximadamente igual a la especificada en la matriz de correlación.

II. CASOS BÁSICOS RESUELTOS

Caso 1. Reserva de hotel para convención – Modelo del vendedor de periódicos.

Caso 2. Evaluación de seguros para autos – Comparación de costos.

Caso 3. Determinación de lote a producir – Determinación de tamaño de lote.

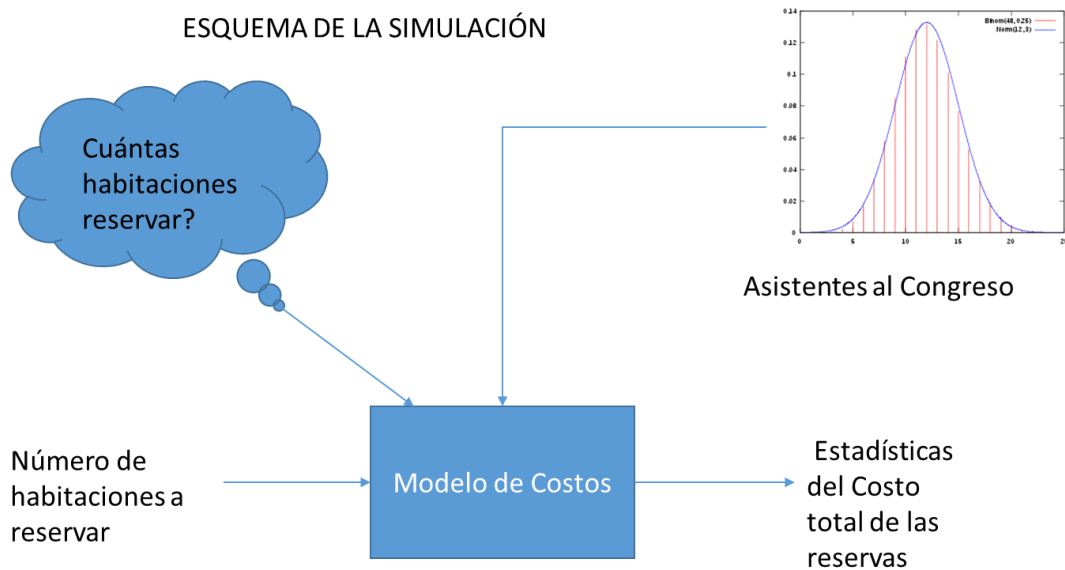
Caso 4. Definición de operadores de servicio – Determinación de número de operadores.

Caso 1. Reserva de hotel para convención – Modelo del vendedor de periódicos.

El Colegio de Contadores del Perú (CCP) está organizando la convención anual del 2018 y está evaluando cuántas habitaciones reservar para los convencionistas. Las reservas se pagan por adelantado y si no se ocupan las habitaciones reservadas se pierde el pago de las habitaciones no ocupadas.

En este momento el CCP puede reservar las habitaciones a un costo unitario de S/. 150. El CCP piensa que el número de asistentes a la Convención seguirá una distribución normal con una media de 5000 y una desviación estándar de 1000. Si el número de personas que asisten a la convención excede las habitaciones reservadas, se pueden conseguir habitaciones adicionales en un hotel cercano, pero a S/. 250/habitación.

a. Haga el esquema de simulación de este problema, indicando las variables que intervienen.



b. Escriba el modelo de costos.

Costo normal = S/. 150/hab.

Costo extra = S/. 250/hab.

Reserva = 5000 (por ejemplo)

Iteración = 1 a 1000

Demanda = Normal (5000,1000)

Costo normal = Reserva*Costo normal

Costo extra = Max(Demanda-Reserva,0) *Costo extra

Costo total = Costo normal + Costo extra

Regresar a nueva Iteración

c. Haga una simulación para determinar el número de habitaciones que estime el costo esperado para el CCP. Evalúe reservas entre 4600 y 5400 de 200 en 200.

Llene la siguiente tabla.

Simulación	1	2	3	4	5
Reservas	4600	4800	5000	5200	5400
Costo medio	839,703	842,859	851,733	855,788	874,132
Desv. Est. costo	173,245	162,009	145,816	127,274	117,550
Costo Max	1,806,939	1,610,678	1,488,684	1,630,287	1,614,630
Costo Min	690,000	720,000	750,000	780,000	810,000

d. ¿Cuántas habitaciones recomienda reservar? Sustente.

La recomendación dependerá de la percepción del riesgo, estimada por la desviación estándar o el rango entre el mínimo y el máximo costo.

Caso 2. Evaluación de seguros para autos – Comparación de costos.

Juan Pérez ha adquirido un automóvil nuevo del año 2018, y está planeando la adquisición de un seguro. Ha evaluado el mercado y ha determinado dos empresas a las que podría adquirir su seguro. Las características de los seguros ofrecidos son similares en cobertura y tiene las siguientes características generales:

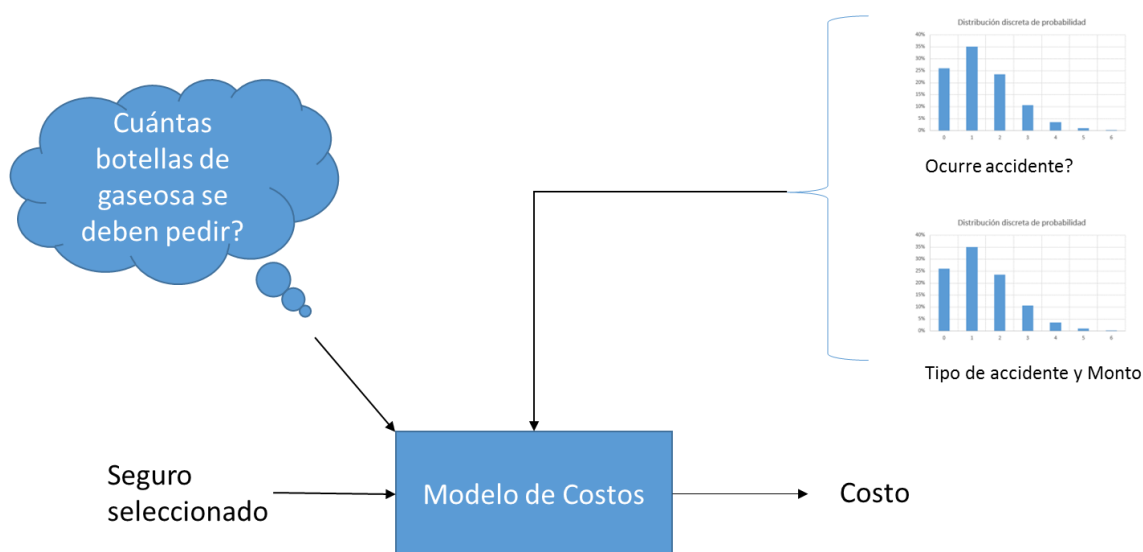
	Seguro A	Seguro B
Prima Anual, US\$	994.5	944.5
Deducible, % del siniestro	15%	20%
Mínimo, US\$	250	300

Los seguros tienen un costo anual (llamado Prima anual), y se aplican deducibles de acuerdo al tipo de accidente (siniestro). El deducible está en función del siniestro. Por ejemplo, en el caso del seguro A, si el siniestro es por un valor de US\$ 2500, para tomar el seguro se tendría que pagar el 15% de 2500 = US\$ 375 y el seguro cubriría el resto. Si el siniestro fuera por US\$ 700 y se quisiera tomar el seguro, el 15% es \$105, pero habría que pagar en este caso US\$250, por ser el deducible mínimo para usar el seguro.

Por otro lado, se sabe que la probabilidad de ocurrencia de un accidente automovilístico en Lima es de 4% (se puede modelar con una distribución discreta en la que 1 es accidente con una probabilidad de 4% y 0 es na hay accidente con una probabilidad de 96%). Las estadísticas de accidentes (siniestros) por tipos y los montos involucrados se dan en la siguiente tabla:

<u>Tipo de Accidente</u>	<u>%, Frecuencia</u>	<u>US\$ Monto</u>
Exceso de velocidad	5	4000
Imprudencia conductor	10	1500
Ebriedad	5	5000
Casos leves	25	1000
Otros casos leves	30	250
Casos menores	25	100

- a. Haga el esquema de simulación que corresponde a este problema indicando las variables intervinientes.



b. Describa el modelo de costos.

Deducible A = \$250

Deducible B = \$300

Hacer iteraciones de 1 a 1000:

Accidente = Discreta ((1,0), (0.04, 0.96))

Monto accidente = Discreta (Frecuencia, Monto)

Costo siniestro A = Min (Deducible A, 15% * Monto accidente * Accidente)

Costo Seguro A = Prima A + Costo siniestro A

Costo siniestro B = Min (Deducible B, 20% * Monto accidente * Accidente)

Costo Seguro B = Prima B + Costo siniestro B

Diferencia = Costo Seguro A - Costo Seguro B

Hacer nueva iteración

Variable de salida: Diferencia.

c. Usando una simulación de 1000 ensayos llene el siguiente cuadro:

	Seguro A	Seguro B
Costo medio anual, US\$	999	951
Costo anual máximo, US\$	1245	1245
Costo anual mínimo, US \$	995	945
Dev. Est. del costo anual, US\$	30	38

d. Sustente su recomendación sobre cuál de los seguros debería tomar Juan Pérez.

El seguro B produce menores valores medios del costo y presenta un costo mínimo más bajo que el seguro A. Se recomienda el Seguro B.

Modelo de costos

		Media	Desv.est.	max	min
Seguro A	1144.5	999	27	1245	995
Seguro B	1144.5	950	34	1245	945
Diferencia A - B	0	49			
P(A - B > 0)		98%			

La diferencia será favorable al seguro B el 98% de las veces.

Caso 3. Determinación de lote a producir – determinación de tamaño de lote.

Una PYME relativamente nueva con tres años de operación diseña, produce y comercializa casacas a nivel nacional. El equipo de creativos de la empresa ha diseñado una nueva casaca para la temporada de invierno de 2017 y están por decidir el tamaño de lote a producir. Debido a los tiempos de entrega de los materiales, no tendrán oportunidad de producir otro lote este año.

Con base en las ventas de los tres años anteriores un grupo de 12 empleados de la empresa han proporcionado cada uno su estimado de la demanda de casacas, las mismas que se proporcionan en la Tabla 1.

El departamento de producción ha proporcionado los costos relevantes para la producción del lote, en la Tabla 2.

Tabla 1. Demandas estimadas

Empleado 1	1400
Empleado 2	1300
Empleado 3	1400
Empleado 4	1400
Empleado 5	1550
Empleado 6	1050
Empleado 7	1600
Empleado 8	800
Empleado 9	500
Empleado 10	1100
Empleado 11	800
Empleado 12	1500

Tabla 2. Valores Monetarios, S/.

Costo variable/unidad	80
Precio de venta/unidad	100
Precio de remate/unidad	30
Costo fijo de producción	10000

- a. La empresa piensa que es razonable suponer que la demanda sigue una distribución Normal. Estime la media y la desviación estándar de una Normal con los estimados proporcionados por los empleados. Sugerencia: use la función de ajuste de distribución (Simple).

Media 1,215 Desviación Estándar 369

Asuma que el costo variable unitario y el costo fijo de producción siguen ambas una distribución triangular. Use los siguientes valores para las distribuciones triangulares.

Variable	Mínimo	Más probable	Máximo
Costo variable/u	75	80	90
Costo fijo	9000	10000	12000

- b. Desarrolle el modelo de beneficio (ingresos – costos).

Cvu = S/. 80

Pvu = S/. 100

Preu = S/. 30

Lote = 1000(por ejemplo)

Iteraciones de 1 a 1000:

Demanda = Normal (1215, 369)
Ventas = Min (Lote, Demanda) *Pvu
Reembolso = Max (Lote-Demanda, 0) *Preu
Ingresos = Ventas + Reembolso
Costo Variable = Lote*Triangular (75, 80, 90)
Costo Fijo = Triangular (9000, 10000, 12000)
Costo total = Costo Fijo + Costo variable
Beneficio = Ingresos - Costos

Regresar a nueva iteración

- c. Haga una simulación con 1000 ensayos para evaluar diferentes tamaños de lotes a producir, desde un tamaño de lote de 800 casacas hasta 1,200 casacas, con variaciones de 100 casacas y para cada tamaño de lote calcule el beneficio medio, beneficio máximo, mínimo y su desviación estándar.

Con los resultados encontrados llene la siguiente tabla:

Simulación No.	1	2	3	4	5
Tamaño de Lote	800	900	1000	1100	1200
Benef. Medio	2,369	3,319	3,455	2,714	2,258
Benef. Máximo	10,284	12,688	14,654	17,574	20,177
Benef. Mínimo	-68,392	-54,946	-54,455	-64,531	-82,067
Desv. Est.	7,545	8,232	10,489	13,514	14,936

- d. De acuerdo a los resultados de la tabla de la pregunta anterior, seleccione el tamaño de lote que a su entender debería producirse. Sustente su respuesta.

La recomendación dependerá de la percepción del riesgo, estimada por la desviación estándar o el rango entre el mínimo y el máximo costo.

Caso 4. Definición de operadores de servicio – Determinación de número de operadores.

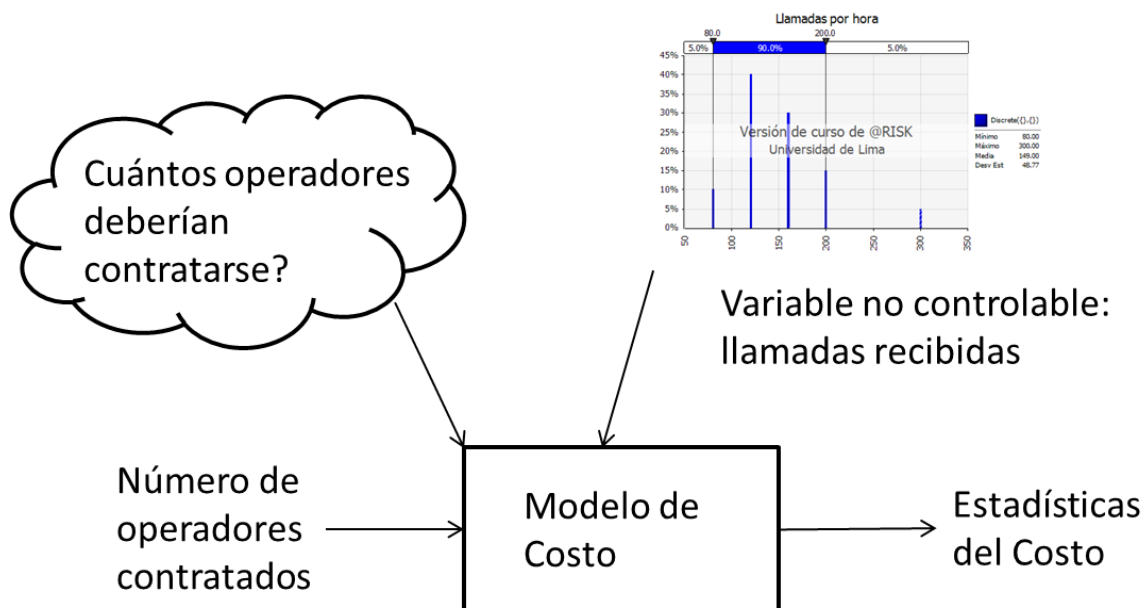
Manuel Pérez es un gerente de ventas de ropa en línea para damas y debe programar los operadores telefónicos para la atención de las llamadas de los clientes del día. Manuel cree que las llamadas en una hora de atención de un turno típico de 8 horas pueden ser descrita por la siguiente distribución de probabilidad discreta:

Número de Llamadas	Probabilidad
80	0.10
120	0.40
160	0.30
200	0.15
300	0.05

Cada operador puede atender 15 llamadas por hora, a un costo de \$20 para la empresa. Sin embargo, cada llamada que no pueda ser atendida por algún operador representa una pérdida estimada en \$6 para la empresa.

Considere las opciones de emplear 8, 10, 12, 14 y 16 operadores por hora y haga una simulación para determinar el número de operadores adecuado para la empresa.

a. Grafique el esquema de la simulación para este problema.



b. Describa el modelo de costos para este problema.

El análisis es por hora de operación

Costo por operador = \$20

No. De llamadas por operador = 15

No. De operadores contratados (NO) = 6 a 16 (Risksimtable)

Costo de llamada perdida = \$6

Iterar de 1 a 1000

Costo operadores = $NO * 20$

Llamadas max.(LM) = NO*15

Llamadas entrantes (LE) = Discreta (X-Tabla, p-Tabla)

Costo llamadas perdidas = Max(LE- LM,0)*6

Costo total = Costo operadores + costo llamadas perdidas

Regresar a una nueva iteración

Variable de salida: Costo total.

c. Resuelva el problema y llene la siguiente tabla.

Simulación N°	1	2	3	4	5
No. de operadores	8	10	12	14	16
Costo medio	358	308	294	307	338
Desv. Est. Costo	267	208	159	118	78
Costo Mínimo	160	200	240	280	320
Costo Máximo	1240	1100	960	820	680

d. recomiende un número de operadores a contratar. Sustente su recomendación.

Se podría recomendar contratar a 12 operadores por que presenta el costo medio mínimo con un riesgo medio. Otras opciones son válidas, dependiendo del grado de aversión al riesgo del decisor.

III. CASOS AVANZADOS

Caso 5. Presupuesto para el lanzamiento de productos nuevos

Caso 6. Estrategia de control de calidad

Caso 7. Evaluación de proyecto de inversión

Caso 8. Estimación del valor de un seguro a partir de opiniones de expertos

Caso 5. Presupuesto para el lanzamiento de productos nuevos

Una empresa industrial está planeando la introducción de nuevos productos para el 2019. Las áreas de Operaciones, Marketing y Finanzas han determinado seis nuevos productos cuyo monto total de inversión es de US\$ 5.5 millones. Sin embargo, el presupuesto dispuesto por el Directorio de la empresa para el desarrollo y lanzamiento de productos nuevos es de solo US\$ 3 millones en el 2019.

Por este motivo, la gerencia de finanzas ha establecido cuatro opciones de combinaciones de productos cuya inversión estimada es menor a los US\$ 3 millones presupuestados, y que podrían evaluarse en términos de rentabilidad y riesgo.

La gerencia de Finanzas le ha solicitado que le ayude a decidir la opción más conveniente de productos que la empresa debe lanzar el próximo año, sobre la base de un sustento de rentabilidad y riesgo. Le han proporcionado el siguiente cuadro con cifras estimadas en US\$, para evaluar las cuatro opciones que han determinado:

Producto Nuevo	Inversión Inicial	Precio/u Proyectado	Ventas u/año Proyectadas	Ingreso x año Proyectado	Costo/u Proyectado	Costo x año Proyectado	Rentabilidad por Producto
A	800,000	8	60,000	480,000	4	240,000	30.0%
B	600,000	5	50,000	250,000	3	150,000	16.7%
C	1,200,000	10	80,000	800,000	6	480,000	26.7%
D	900,000	8	70,000	560,000	5	350,000	23.3%
E	800,000	6	60,000	360,000	4	240,000	15.0%
F	<u>1,200,000</u>	10	50,000	500,000	7	350,000	12.5%
Total	5,500,000						
Presupuesto	3,000,000						

Opción	Productos	Inversión	Rentabilidad Ponderada
1	A, B, C	2,600,000	25%
2	B, C, D	2,700,000	23%
3	C, D, E	2,900,000	22%
4	D, E, F	2,900,000	17%

La rentabilidad de cada producto se define como la ratio $(\text{Ingreso total anual} - \text{Costo total anual}) / \text{Inversión Inicial}$. Por ejemplo, en el caso del producto B, su rentabilidad sería: $(250,000 - 150,000) / 600,000 = 16.7\%$

La Rentabilidad Ponderada de cada opción se define como la suma de las rentabilidades de cada producto por la inversión inicial de cada producto entre la suma de las inversiones iniciales de los productos que comprenden la Opción. Por ejemplo, la rentabilidad ponderada de la Opción 2 será:

$$(600,000 * 0.167 + 1,200,000 * 0.267 + 900,000 * 0.233) / (600,000 + 1,200,000 + 900,000) = 0.23 = 23\%$$

Después de varias reuniones de trabajo, los gerentes consideran para las evaluaciones lo siguiente:

- Las **inversiones iniciales** de los nuevos productos se distribuyen normalmente con una media en el valor estimado en la columna “Inversión Inicial” y una desviación estándar del 5% de este valor.
- Las **ventas anuales** en unidades de cada producto siguen una distribución normal cuyo valor medio se da en la columna “Ventas u/año proyectadas” y la desviación estándar es del 15% de este valor.

- Los **precios de venta unitarios** y los **costos de ventas unitarios**, siguen una distribución Pert, con valores medios bajo las columnas “Precio/u” y “Costo/u”. Los valores máximos son el 110% del valor medio y los mínimos del 90% de los valores medios respectivos.

Se le solicita:

- Determine la rentabilidad ponderada media de cada Opción y su desviación estándar, en base a 1,000 ensayos de una simulación Montecarlo.

Con la finalidad de hacer comparables las rentabilidades de los proyectos (puesto que son diferentes), es necesario calcular el coeficiente de variación (CV) de la rentabilidad de cada proyecto adicionalmente a las estadísticas solicitadas. Recordemos que el CV normaliza el riesgo para hacerlo comparable en proyectos de diferente media. En este caso podemos pensar que el CV es riesgo/\$ obtenido.

Resultados de la Simulación					
Opción	Productos	Presupuesto máximo	Rentabilidad Media	Desviación Estándar	Coef. de Variación
1	A, B, C	2,920,370	25.4%	3.0%	11.6%
2	B, C, D	2,949,284	23.4%	2.9%	12.3%
3	C, D, E	3,207,173	22.4%	2.7%	12.1%
4	D, E, F	3,218,617	16.6%	2.1%	12.4%

La primera opción, productos A, B, C, no sobrepasa el presupuesto disponible y produce la rentabilidad media más alta; además su coeficiente de variación medio es el más bajo de las cuatro opciones.

- ¿Alguna de las Opciones consideradas podrían rebasar su Inversión estimada inicialmente?, de ser así indicar cuál (es) y los montos máximos estimados.

Además de calcular los valores máximos del presupuesto en el cuadro anterior es necesario estimar la probabilidad de que el presupuesto rebase los 3 millones de dólares en cada opción.

Opción	Productos	Presupuesto de Inversión	Probabilidad P(Ppto>3MM)
1	A, B, C	2,600,000	0%
2	B, C, D	2,700,000	0%
3	C, D, E	2,900,000	12%
4	D, E, F	2,900,000	13%

Como se aprecia en el cuadro anterior, las opciones 3 y 4 sobrepasan el presupuesto de 3 millones en 12% o más. El presupuesto máximo de las opciones 3 y 4 es de 3.2 millones aproximadamente cada una.

- Recomiende una Opción sobre la base de la rentabilidad ponderada promedio y su riesgo estimado en base a su coeficiente de variación (desviación estándar/valor medio).

La Opción 1 (productos A, B, C), tiene la mejor rentabilidad media, 25.4%, con el menor coeficiente medio de variación, 11.6%, es decir, menor riesgo por dólar invertido.

Caso 6. Estrategia de control de calidad

La embotelladora Botella S.A. produce latas de gaseosa. Cada lata debe contener por lo menos 12 onzas de gaseosa. Si el peso total de un six-pack está por debajo de 72 onzas, Botella S.A. recibirá una multa de \$100 y no recibirá el ingreso que corresponde a la venta del six-pack que es de US\$ 3.

Sin embargo, Botella S.A. tiene el control de la cantidad promedio de llenado de las latas de gaseosa en sus máquinas llenadoras.

A Botella S.A. le cuesta \$0.02 por onza cada lata de gaseosa.

Se ha realizado una investigación el último año con una muestra de 500 latas y se ha determinado que la cantidad de gaseosa puesta en cada lata por las máquinas llenadoras están distribuidas normalmente con una desviación estándar de 0.10 onzas.

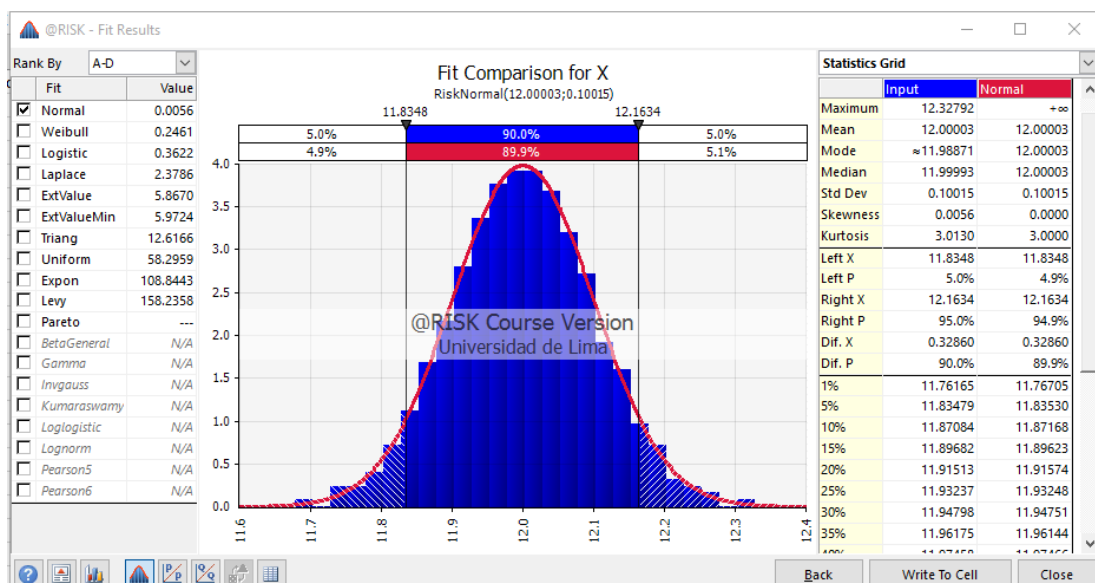
Confirme este hallazgo, para lo cual se le proporciona el archivo Embotelladora LlenadoLatas.xlsx, hoja "Llenado" con las 500 mediciones realizadas.

El jefe de control de calidad afirma que si las maquinas llenadoras están mal calibradas lo normal es que si llenan una lata con más de 12 onzas las siguientes también serán de más de 12 onzas. De igual manera si llenan una lata con menos de 12 onzas, las demás también tenderán a llenarse con menos de 12 onzas. Se ha estimado que el peso de cada lata en un six-pack tiene una correlación de 0.8 con el peso de las otras latas en el six-pack. Confirme este hallazgo, con los datos del archivo LlenadoLatas.xlsx, hoja "Correlación" con 500 pares de mediciones realizadas.

- a. ¿Qué cantidad de llenado medio maximiza la utilidad esperada por six-pack, considerando los requerimientos de calidad?

Sugerencia: las cantidades de llenado promedio pueden calibrar para aumentar o disminuir el promedio de llenado en cantidades de 0.05 onzas.

Antes de responder la pregunta, se ha encontrado con los datos del archivo el promedio del peso de las latas es de 12.0003 onzas y la desviación estándar de 0.10015 como se observa en el gráfico siguiente. Usando el comando =coef.de.correl, la correlación es de 0.7872 entre las series X e Y del archivo.



Con respecto a la pregunta, como se puede observar en la tabla anterior llenando las latas con un promedio de 12.35 onzas se logra el mejor ingreso medio por six-pack.

Simulación No.	1	2	3	4	5	6	7	8
Cantidad media de llenado, Ozs	12.10	12.15	12.20	12.25	12.30	12.35	12.40	12.45
Ingreso medio	-12.56	-3.30	0.30	1.32	1.42	1.52	1.51	1.51
Ingreso Min	-101.44	-101.44	-101.44	-101.44	-101.44	1.48	1.48	1.47
Ingreso max	1.56	1.56	1.56	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54
Desv. Est. Ingreso	35.43	21.80	11.22	4.60	3.26	0.01	0.01	0.01

- b. Si se cambian las máquinas llenadoras por otras de un modelo nuevo, se estima que los pesos de las latas en el six-pack serán probabilísticamente independientes, ¿en este caso que cantidad media de llenado maximiza la utilidad esperada por six-pack?, ¿sería conveniente reemplazar las máquinas?

Simulación No.	1	2	3	4	5	6	7	8
Cantidad media de llenado	12.10	12.15	12.20	12.25	12.30	12.35	12.40	12.45
Ingreso medio	0.72	1.54	1.54	1.53	1.52	1.52	1.51	1.51
Ingreso Min	-101.44	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49
Ingreso max	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52
Desv. Est. Ingreso	9.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Con valores no correlacionados, la utilidad media es maximizada a una proporción de llenado más baja de aprox. 12.15 onzas. La razón es que estamos tratando de evitar el costo de la penalidad. Con valores correlacionados, si una lata es llenada con poca gaseosa, la tendencia de llenado para las otras será baja también, lo que incrementa la posibilidad de la penalidad. Para compensar esto tenemos que usar una tasa de llenado mayor. Por lo tanto, sería conveniente reemplazar las máquinas.

- c. ¿Cómo explica usted las diferencias de resultados en las preguntas a y b, desde el punto de vista de la calidad?

Desde el punto de vista de la calidad, es más convenientes máquinas que no produzcan errores que originen desperdicios o multas por incumplimiento de las características ofrecidas a los clientes.

Caso 7. Evaluación de proyecto de inversión

Una empresa especializada en el tratamiento de aguas servidas tiene la oportunidad de desarrollar una planta de tratamiento para un distrito de Lima que actualmente arroja sus aguas servidas al mar. La empresa planea tratar el agua con un novedoso sistema de patente nacional a cambio de una remuneración por metro cúbico tratado pagado por la municipalidad del distrito.

La planta de tratamiento requerirá una inversión estimada de US\$ 5 millones de acuerdo a los estudios de pre factibilidad efectuados por la municipalidad.

Sobre la base de las proyecciones en la disponibilidad de aguas servidas prevista para los próximos años, los ingresos por las ventas anuales por el agua tratada estarán alrededor de US\$ 1.2 millones.

Para la elaboración de los flujos de efectivo adicionalmente se han efectuado las siguientes precisiones:

- De acuerdo a las necesidades de recursos humanos para la administración de la planta de tratamiento, se requerirán por concepto de *salarios y otros beneficios* US\$ 125,000 anuales.
- Habrá otros *costos de operación adicionales* a los de recursos humanos, por 1.50% del valor de las ventas anuales.
- Se pagarán *derechos de uso de la patente por el tratamiento del agua* por un aproximado de 0.5% del valor de las ventas anuales. Este derecho está fijado por el dueño de la patente y se mantendrá en la tasa mencionada durante la vida del proyecto.
- Por un convenio con el Gobierno, el total de inversiones se *depreciarán* en 10 años.
- Considerar que la *tasa del impuesto a la renta* es de 30%.
- Se considera que el proyecto tendrá un *valor residual* al final del año 10 del 25% del valor de la inversión estimada.

Para descontar los flujos de fondos se ha considerado una *tasa de descuento* del 10%, pero esta proyección podría variar con el aporte de la empresa y el grado de financiamiento del proyecto con créditos del sistema financiero.

En una reunión de evaluación del proyecto las compañías con sus principales gerentes determinaron que, si bien la inversión estimada en la planta es de 5 millones, esta cantidad podría variar con la dimensión final de la planta, los precios de los materiales de construcción y los insumos. Por ello consideran que la inversión final podría tener una variación del $\pm 10\%$ con respecto a su proyección original. Use Pert (proyección-10%, proyección, proyección+10%).

En forma similar las variaciones en el financiamiento y otros factores del proyecto podrían hacer variar la tasa de descuento del proyecto en +1.5% hacia abajo ó 2% hacia arriba de su estimado en 10%. En este caso también use una Pert.

En el caso de los ingresos por ventas han determinado que habría un crecimiento anual promedio de 2.5%, con una desviación estándar de 1%, porque podrían presentarse flujos migratorios de personas positivos o negativos en el distrito. Use una Normal.

Los salarios y otros beneficios del personal podrían variar de acuerdo a los estudios para implementar la organización entre 120,000 y 130,000 anuales, con igual probabilidad entre estos dos valores.

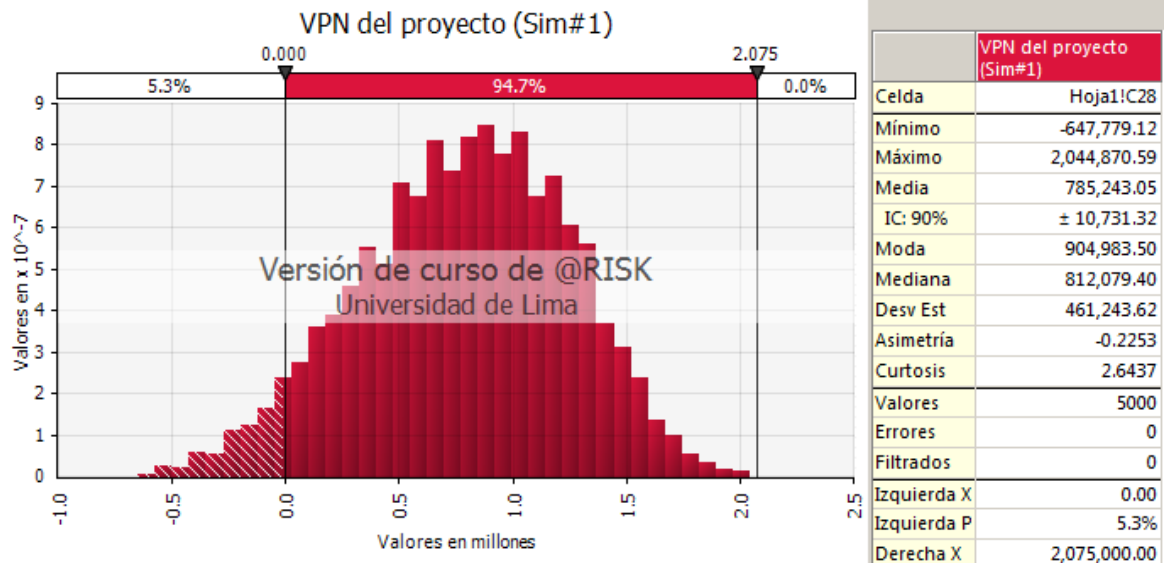
A continuación, se proporciona un esquema básico del flujo de caja, inicialmente preparado sin considerar las incertidumbres en las variables descritas.

Inversión inicial		5,000,000					
Costos de operación adicionales		1.50%	del ingreso por ventas				
Derechos de uso de patente		0.50%	del ingreso por ventas				
Depreciación		10%	de las inversiones iniciales				
Impuesto a la Renta		30%					
Tasa de descuento		10%					
Valor residual del proyecto		25%	de las inversiones iniciales				
	Año	0	1	2	3	4	10
Inversiones		-5,000,000					
Ingresos por ventas			1,200,000	1,200,000	1,200,000	1,200,000	1,200,000
Salarios y otros beneficios			125,000	125,000	125,000	125,000	125,000
Costos de operación adicionales			18,000	18,000	18,000	18,000	18,000
Derechos de uso de patente			6,000	6,000	6,000	6,000	6,000
Depreciación			500,000	500,000	500,000	500,000	500,000
Total costos y gastos			649,000	649,000	649,000	649,000	649,000
Utilidad antes de Impuestos			551,000	551,000	551,000	551,000	551,000
Impuesto a la renta			165,300	165,300	165,300	165,300	165,300
Utilidad neta			385,700	385,700	385,700	385,700	385,700
Depreciación			500,000	500,000	500,000	500,000	500,000
Valor residual							1,250,000
Flujo neto		-5,000,000	885,700	885,700	885,700	885,700	2,135,700
VPN del proyecto		924,172					

- a. Incorpore el crecimiento de las ventas y la incertidumbre en el modelo de flujo de caja con las distribuciones de probabilidad descritas y encuentre el valor esperado del VPN del proyecto, así como sus valores mínimo y máximo.

Inversión inicial		5,397,432						
Ingresos por ventas								
Salarios y otros beneficios								
Costos de operación adicionales		1.50%	del ingreso por ventas					
Derechos de uso de patente		0.50%	del ingreso por ventas					
Depreciación		10%	de las inversiones iniciales					
Impuesto a la Renta		30%						
Tasa de descuento		9%						
Valor residual del proyecto		25%	de las inversiones iniciales					
	Año	0	1	2	3	4	9	10
Inversiones		-5,397,432						
Ingresos por ventas			1,104,817	1,261,983	1,252,760	1,408,610	1,523,352	1,085,788
Salarios y otros beneficios			126,530	120,596	129,474	129,266	128,259	123,637
Costos de operación adicionales			16,572	18,930	18,791	21,129	22,850	16,287
Derechos de uso de agua			5,524	6,310	6,264	7,043	7,617	5,429
Depreciación			539,743	539,743	539,743	539,743	539,743	539,743
Total costos y gastos			688,370	685,579	694,273	697,181	698,470	685,096
Utilidad antes de Impuestos			416,447	576,404	558,488	711,429	824,883	400,692
Impuesto a la renta			124,934	172,921	167,546	213,429	247,465	120,208
Utilidad neta			291,513	403,483	390,941	498,000	577,418	280,484
Depreciación			539,743	539,743	539,743	539,743	539,743	539,743
Valor residual								1,349,358
Flujo neto		-5,397,432	831,256	943,226	930,684	1,037,743	1,117,161	2,169,585
VPN del proyecto		1,231,693						

VPN esperado =	785,243
VPN mínimo =	-647,779
VPN máximo n =	2,044,871



Se puede observar que la $P(\text{Beneficio} < 0) < 6\%$, además la asimetría de -0.2253 (sesgo hacia la izquierda) indica que un mejor estimado para la media es la moda, que en este caso corresponde a un VPN $> 900,000$.

- b. El gerente de Finanzas después de ver estos resultados opina que se podría estar cometiendo un error porque el costo del financiamiento y el monto de la inversión están negativamente correlacionados. Para eso ha proporcionado los siguientes valores históricos de tasas de descuento y financiamiento:

<u>Inversión</u>	<u>Tasa</u>
6,000,000	8.00%
3,000,000	13.50%
4,500,000	11.00%
3,800,000	13.20%
5,500,000	8.50%
4,800,000	9.20%
3,500,000	13.10%
4,200,000	8.20%
5,200,000	8.80%
5,800,000	8.10%
4,800,000	10.90%
3,600,000	13.20%

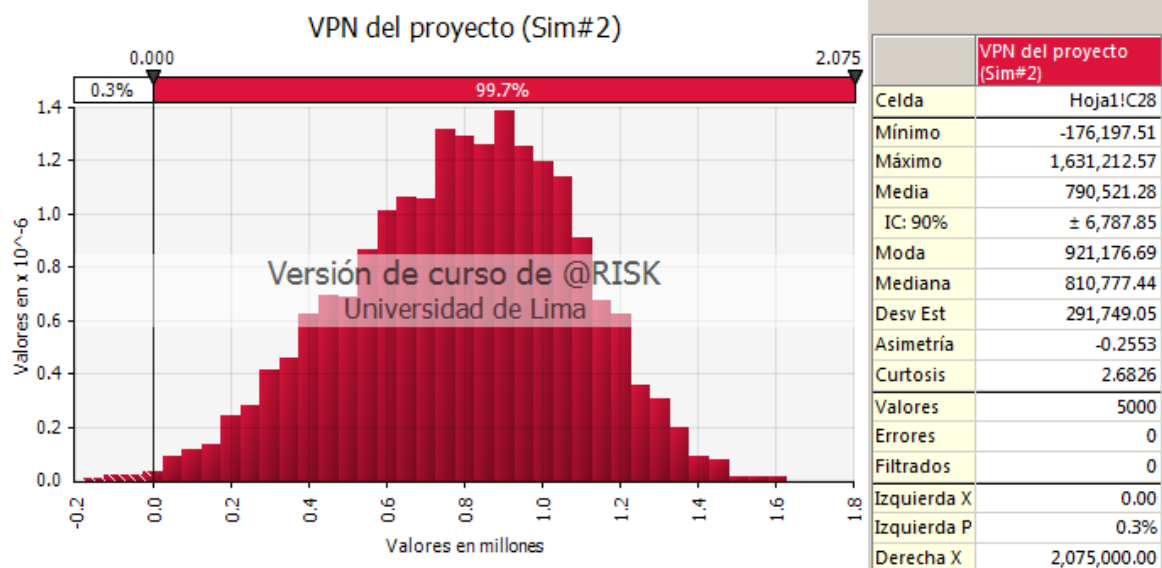
Encuentre la correlación entre las tasas de descuento y los montos de inversión y proporcione nuevamente los valores medio, mínimo y máximo del VPN.

Las correlaciones estadística y jerarquizada se muestran a continuación:

				Jerarquizada	-0.859332
				Estadística	-0.875201
	Inversión	Tasa			
1	6,000,000	8.00%	1	12	
2	3,000,000	13.50%	12	1	
3	4,500,000	11.00%	7	5	
4	3,800,000	13.20%	9	2	
5	5,500,000	8.50%	3	9	
6	4,800,000	9.20%	5	7	
7	3,500,000	13.10%	11	4	
8	4,200,000	8.20%	8	10	
9	5,200,000	8.80%	4	8	
10	5,800,000	8.10%	2	11	
11	4,800,000	10.90%	5	6	
12	3,600,000	13.20%	10	2	

Comente el efecto en el valor del VPN cuando hay correlación de variables y esta no es considerada.

Después de considerar la correlación, encontramos que el VPN promedio no varía mucho, pero si los valores extremos del VPN y la P (VPN < 0), que ahora es menor a 1%.



En la siguiente tabla se muestran los resultados del VPN estimado sin y con correlación:

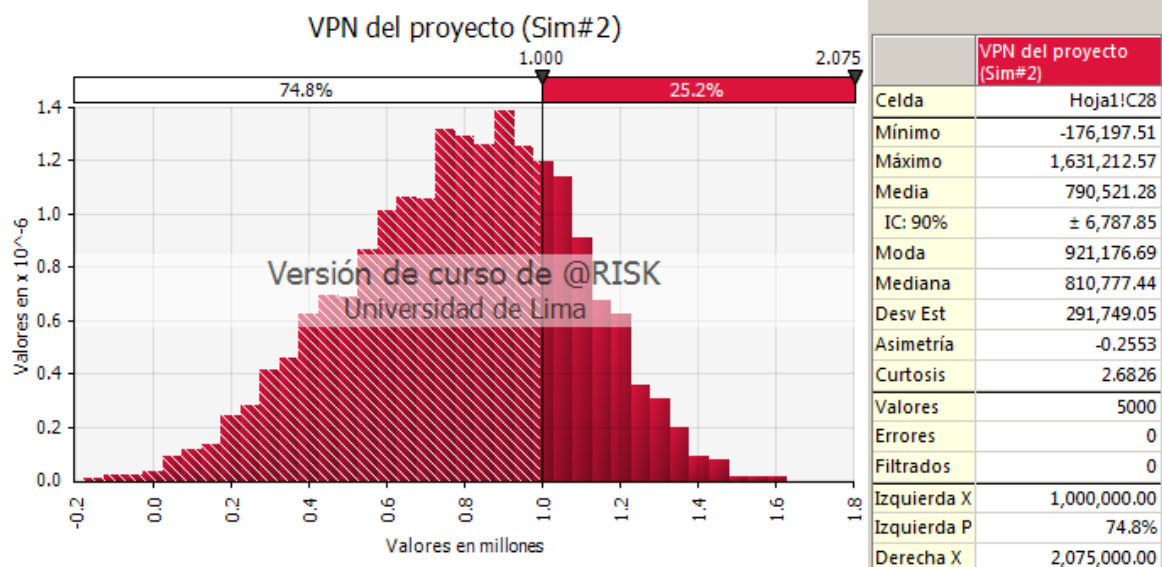
Simulación	1	2
Correlación	0	-0.859332
VPN esperado =	785,243	790,521
VPN mínimo =	-647,779	-176,198
VPN máximo n =	2,044,871	1,631,213

Si no se considera la correlación entre las variables en una simulación, se producen por lo menos dos efectos: se producen valores de las variables aleatorias muestreadas que no se

presentan en la realidad, por lo tanto, el segundo efecto como consecuencia de esto es la distorsión del riesgo. En la comparación de los valores para el VPN mostrados arriba, el promedio más o menos se mantiene constante, pero los resultados extremos máximo y mínimo cambian. El riesgo se encuentra en las colas de la distribución del VPN. En este caso resulta que el proyecto presenta menos riesgo cuando consideramos la correlación (en otros casos puede resultar que el riesgo es mayor).

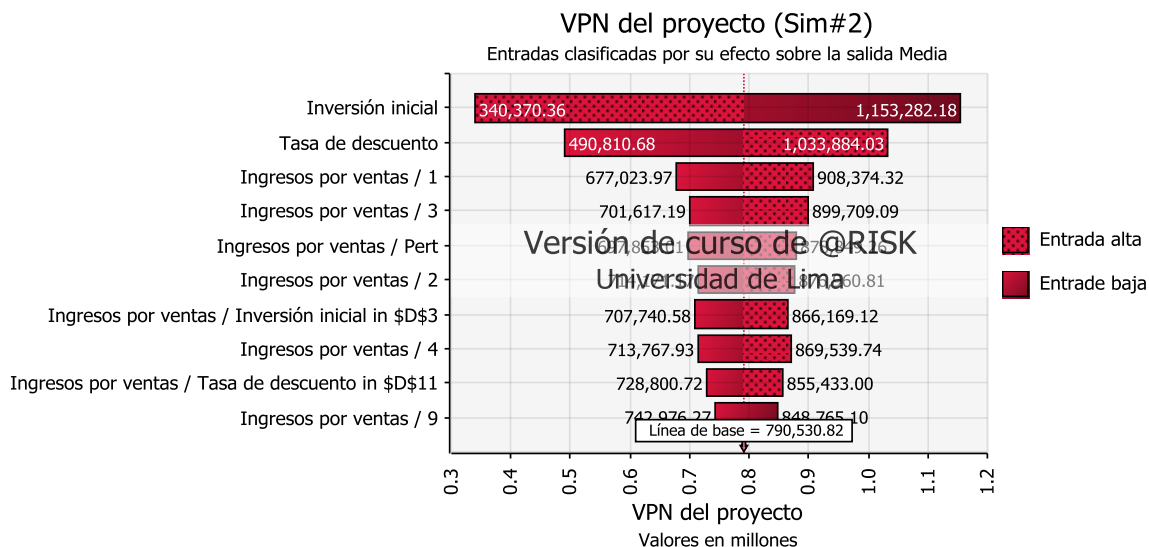
- c. La empresa tiene como política efectuar proyectos que tengan al menos un $VPN > 1$ millón. Considerando que el dueño de la empresa es un conservador, ¿ejecutará el proyecto? Sustente.

De acuerdo a la distribución de probabilidad del VPN obtenido, observamos que la $P(VPN > 0) = 25\%$ aproximadamente, por lo que un conservador tal vez no se anime a ejecutar el proyecto.



- d. Con la incertidumbre incluida en el flujo de caja, ¿cuáles son las variables que más inciden en el valor del VPN?

En el siguiente gráfico podemos observar que las variables que más inciden en el valor del VPN son el monto de la inversión inicial y la tasa de descuento del proyecto. Para obtener este gráfico seleccione el icono de diagrama tornado en el gráfico de salida del VPN.



Caso 8. Estimación del valor de un seguro a partir de opiniones de expertos

José Rivera es el presidente de SISSOL SAC (SSS), una empresa de desarrollo de sistemas y outsourcing de personal de sistemas. Por las malas experiencias del año pasado, que le significaron pérdidas económicas importantes, ha pensado en adquirir una Póliza de Seguros para cubrir pérdidas de ingresos operativos, para lo cual ha definido en varias sesiones de brainstorming, con los principales ejecutivos de la empresa, los eventos que se dan en el cuadro cuya ocurrencia significaría pérdidas económicas importantes.

En este proceso han involucrado a Juan Pérez, uno de los socios fundadores de la empresa. Juan ha trabajado en sistemas desde la década de los 90 y es considerado un experto en el área. Su experticia ha permitido en las discusiones estimar la probabilidad de ocurrencia de cada evento no deseado (columna Probabilidad por año), así como el impacto económico del mismo (columna Impacto, en miles \$).

Evento	Probabilidad por año	Impacto, en miles US\$
Falla mayor del Computador Central	1.0%	500
Problema con entrega de servicio contratado	5.0%	50
Ausentismo de personal clave	5.0%	100
Empleados ganan juicio por reclamos	8%	250
Fortalecimiento del Sol frente al \$	25%	400
Falla en sistema entregado a cliente	15%	300
Falla de lanzamiento nuevo servicio	35%	100
Quiebra de cliente deudor	2%	250
Incendio en oficinas	0.5%	500
Pérdida de datos confidenciales de clientes	1.0%	300
Fraude interno	2.0%	150

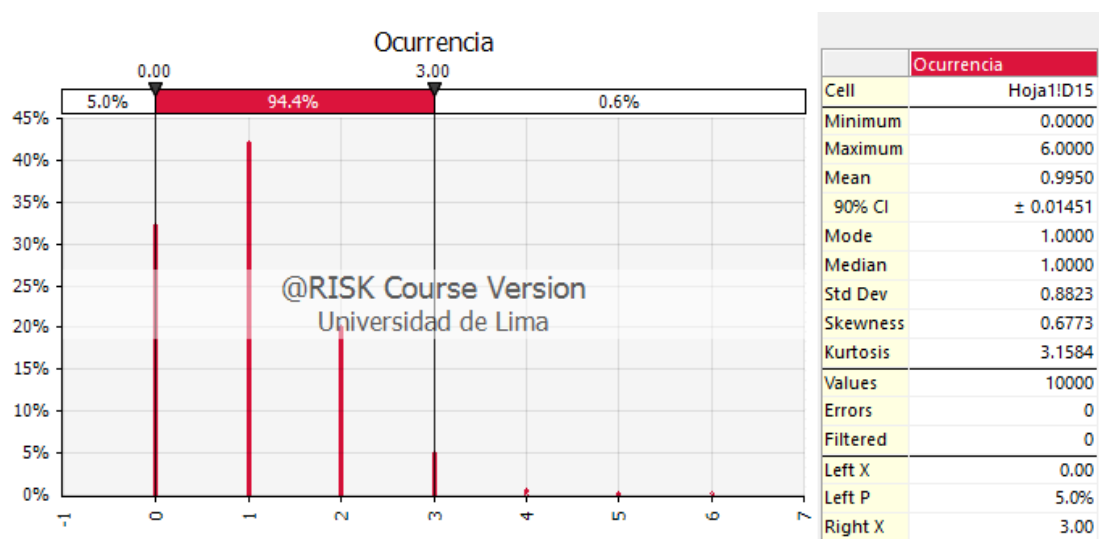
Con la información descrita el gerente de finanzas tiene el encargo de estimar un valor de pérdida de la empresa por la ocurrencia de los eventos, que no sea excedida el 95% de las veces, para negociar con una aseguradora la prima del seguro.

- a. Haga el papel del gerente de finanzas para estimar este valor. Use 10,000 ensayos. Sugerencia: Modele la ocurrencia de los eventos en el año usando una distribución de probabilidad Binomial, en la cual, la probabilidad de éxito sea la estimada por Juan Pérez.

Como se aprecia en el siguiente gráfico, el valor que no es excedido el 95% de las veces es aproximadamente US\$ 700,000.

Evento	Probabilidad por año	Impacto, en miles US\$	Ocurre? 1=si,0=no	Impacto, US\$
Falla mayor del Computador Central	1%	500	0	0
Problema con entrega de servicio contratado	5%	50	0	0
Ausentismo de personal clave	5%	100	0	0
Empleados ganan juicio por reclamos	8%	250	1	250
Fortalecimiento del Sol frente al \$	25%	400	0	0
Falla en sistema entregado a cliente	15%	300	1	300
Falla de lanzamiento nuevo servicio	35%	100	0	0
Quiebra de cliente deudor	2%	250	0	0
Incendio en oficinas	1%	500	0	0
Pérdida de datos confidenciales de clientes	1%	300	0	0
Fraude interno	2%	150	0	0
			2	550.00

- b. ¿Cuál es la probabilidad estimada de tener más de tres eventos en el año?



La probabilidad de la ocurrencia de más de 3 eventos en el año es menor al 1%.

Posteriormente a este análisis, Arturo Pérez, hijo de Juan Pérez observó el análisis efectuado. Arturo acaba de recibirse de ingeniero y tiene frescos sus conocimientos de Estadística. Su observación es sobre los impactos estimados por la ocurrencia de los eventos. Él piensa que los valores proporcionados por su padre, son promedios y que en realidad hay una variabilidad importante que no se está considerando.

Para manejar este inconveniente sugiere hacer entrevistas detalladas a los principales ejecutivos, incluyendo al presidente, su padre y los principales analistas, para estimar estas distribuciones de los impactos.

Después de concluir las entrevistas llegaron a la conclusión que los valores inicialmente estimados de los impactos podrían reemplazarse por una distribución Lognormal con un valor medio como el estimado inicial y una desviación estándar del orden del 10% del impacto estimado inicial, para todos los eventos, excepto para: Falla del Computador Central, Pérdida de datos confidenciales de clientes y Falla en sistema entregado a cliente.

En el caso de la falla del computador central se ha considerado (basado fuertemente en la opinión de Soporte Técnico) que debido a la diversidad de fallas y de su importancia relativa, los daños a la empresa podrían ir de mil a cien mil US\$, pero con un valor más probable de US\$ 10,000.

En el caso de Pérdida de datos confidenciales de clientes, la discusión no llegó a consenso y quedaron tres opiniones:

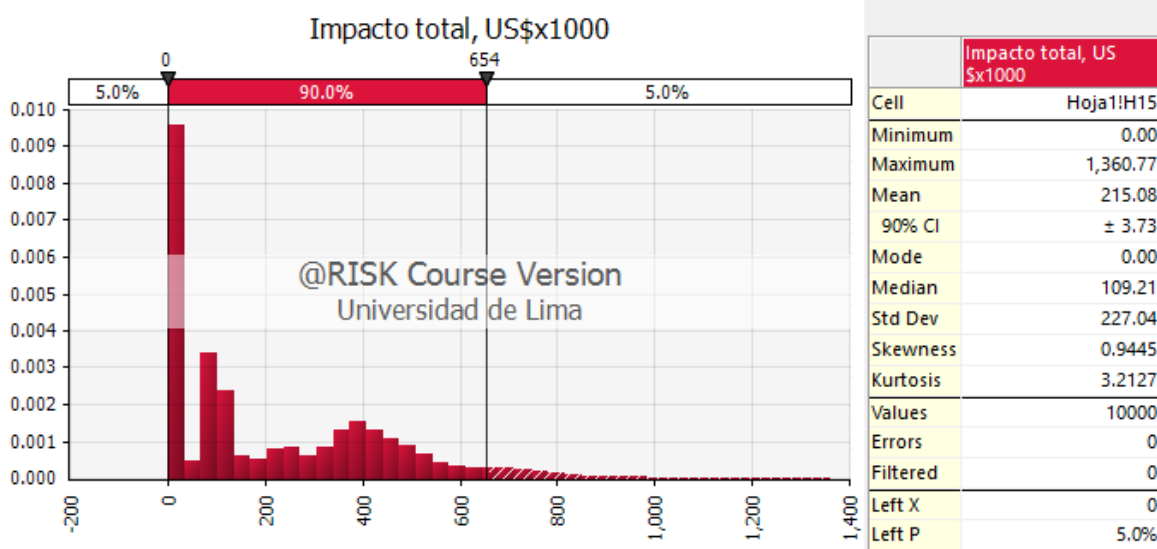
- José Rivera: valor más probable: \$100,000, mínimo: \$10,000, máximo: \$350,000,
- Juan Pérez: mínimo: \$80,000, más probable: \$250,000, máximo: 400,000.
- Gerente de finanzas: Desde 50,000 hasta 400,000, con 150,000 el 20% de las veces, hasta 250,000 el 60% de las veces y el resto de las veces hasta 400,000.

Arturo es una persona objetiva y cree que las opiniones deben ser consideradas con pesos de 2, 4 y 3 respectivamente, en consideración a las trayectorias profesionales y experiencia de cada uno.

En el caso de falla de sistemas entregados a clientes, por las experiencias de cerca de 100 sistemas entregados a la fecha, han llegado al consenso de que los daños podrían estar en el rango de \$100,000 a \$400,000, pero también son posibles los siguientes valores:

Valor, US\$	Peso
200,000	10
250,000	5
350,000	12

c. ¿Con estas mejoras en los estimados de los impactos cuál es el nuevo valor que no excede los costos el 95% de las veces?

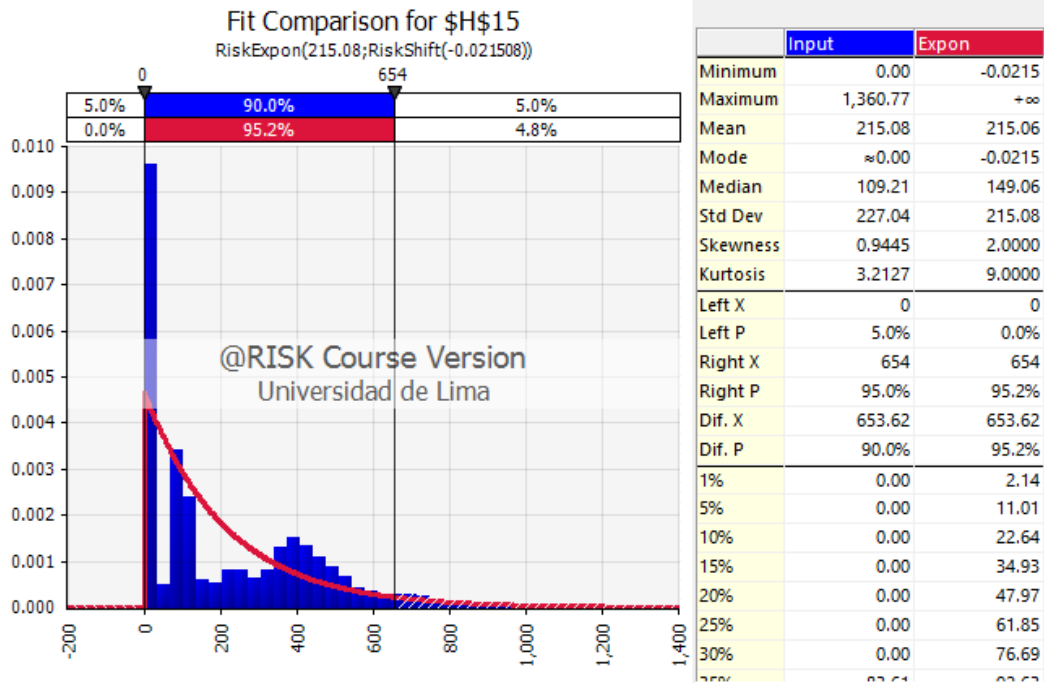


El valor que no es excedido el 95% de las veces es \$650 mil.

d. ¿Cuál es su recomendación final para la negociación del seguro? ¿Qué valor sugiere como base para la negociación?

Negociar seguro con un valor de \$650,000 por el 95%.

e. Usando la prueba Chi-cuadrado ¿qué distribución de probabilidad ajusta mejor las pérdidas anuales proyectadas?



La que mejor ajusta es la distribución exponencial.

BIBLIOGRAFÍA

- Albright, S. C., & Wayne, L. (2015). *Winston. Business Analytics: Data Analysis and Decision Making*. Cengage Learning.–1008 p.
- Guide to using @Risk, Risk Analysis Simulation Add-In for Microsoft Excel, Version 7.5.1, November 2016, Palisade Corporation.
- Savage, S. L., & Markowitz, H. M. (2009). *The flaw of averages: Why we underestimate risk in the face of uncertainty*. John Wiley & Sons.
- Winston, W. L., Albright, S. C., Broadie, M. N., Lapin, L. L., & Whisler, W. D. (2006). *Practical management science*. South-Western College Pub.